۱- به‌ازای کدام اعداد مختلط، $\sin(\overline{iz}) = \overline{\sin(iz)}$ است؟

۱) $z_k = (k\pi - \frac{\pi}{2})i$

۲) $z_k = k\pi i$

۳) فقط z های حقیقی

۴) کلیهٔ z ها

$\frac{\pi}{2} i$

πi

$\sin(i(-\pi i)) = \sin\pi = 0$

$\sin(-\pi) = 0$

۲- هر سه تابع زیر را در دامنهٔ تعریف خودش در نظر بگیرید. اگر z متغیر مختلط باشد. کدام گزینه، در مورد این سه تابع، درست است؟

$$g(z)=\frac{1}{z}\ ,\ g_2(z)=i\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z+i}{i}\right)^n\ ,\ g_1(z)=\int_0^{\infty}e^{-zt}dt$$

$$\frac{e^{-zt}}{-z}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{z}$$

۱) $g_1(z)=g(z)$ ✗

۲) $g_2(z)=g(z)$ ✗

۳) $g_1(z)=g_2(z)$ ✗

۴) هر سه توابع متفاوت هستند. ✓

$$\frac{1}{1-a}\overset{|a|<1}{=}1+a+a^2+\cdots=\sum_0^{\infty}a^n$$

$$i\,\frac{1}{1-\frac{z+i}{i}}=\frac{\frac{i}{1}}{\frac{i-z-i}{i}}=\frac{1}{z}$$

۳- تابع: $f(z)=\begin{cases} A(\frac{\cosh z-1}{z^2}), & z\neq 0 \\ 1 , & z=0 \end{cases}$، همه‌جا تحلیلی است. عدد ثابت A کدام است؟

۱) -2

۲) $\sqrt{2}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) 2

$$\lim_{z\to 0} A\frac{\cosh z-1}{z^2}=1$$

$$\text{Hop}\quad A\frac{\sinh z}{2z}$$

$$\text{Hop}\quad A\frac{\cosh z}{2}=1$$

$\cosh z(0)=1$

۴- C یک خم بستهٔ ساده در جهت مثلثاتی، و مبدأ مختصات یک نقطهٔ درون C می‌باشد. مقدار انتگرال زیر، کدام است؟

$$I = \frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{e^{tz}}{z^{n+1}}dz$$

۱) $\frac{t^n}{n!}$ ✓

۲) $n!t^n$

۳) $\frac{t^{n-1}}{n!}$ ✗

۴) $\frac{t^{n+1}}{n!}$ ✗

$I = 2\pi i \times \{\text{مانده}\}$

اول: $n=0$ $\quad \int \frac{e^{tz}}{z} \longrightarrow$ مانده $= 1$

اگر $n\uparrow \Rightarrow I\downarrow$

$$e^{\theta} = 1+\theta+\frac{\theta^2}{2!}+\cdots = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\theta^n}{n!} \rightsquigarrow \sum \frac{t^n z^n}{n!\, z^{n+1}}$$

۵- تبدیل خطی کسری سه نقطهٔ $(1,0,\infty)$ را به ترتیب به سه نقطهٔ $(2,1,-1)$ تبدیل می‌کند. نقاط ثابت این تبدیل، کدام است؟

۱) $z=2\pm i2\sqrt{2}$

۲) $z=-2\pm i2\sqrt{2}$

۳) $z=-1\pm i\sqrt{2}$

۴) $z=1\pm i\sqrt{2}$ ✓

$$w=\frac{az+b}{cz+d}$$

$$\frac{a}{c}=-1 \Rightarrow \boxed{c=-a}$$

$$\frac{b}{d}=1 \Rightarrow \boxed{b=d}$$

$$\frac{a+b}{-a+b}=2$$

$$\boxed{3a=b}$$

$$w=\frac{az+3a}{-az+3a}=\frac{z+3}{-z+3}=z$$

$$z+3=-z^2+3z \Rightarrow z^2-2z+3=0$$

$$\frac{2\pm i2\sqrt{2}}{2}=1\pm i\sqrt{2}$$

۶- مساحت شکل حاصل از تبدیل دایرهٔ یکهٔ تحت نگاشت $w = f(z) = z + \frac{z^2}{2}$، در صفحهٔ w، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$

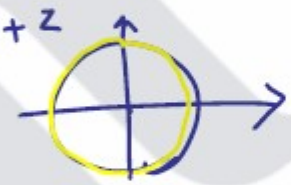
۲) $\frac{3\pi}{4}$

۳) $\frac{3\pi}{2}$ ✓

۴) $\frac{5\pi}{4}$

$$S = \iint |f'(z)|^2 \, dx\,dy$$

$1+z$



$$1 + re^{i\theta} = 1 + r\cos\theta + i r\sin\theta$$

$$\int_0^{2\pi}\int_{r=0}^{1} \left\{(1+r\cos\theta)^2 + (r\sin\theta)^2\right\} r\,dr\,d\theta$$

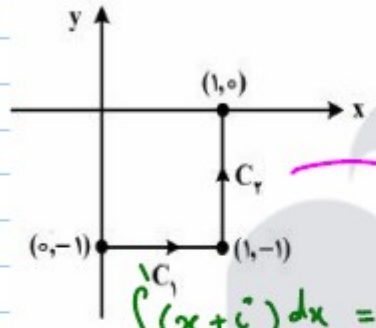
$$\int_0^{2\pi}\int_{r=0}^{1} (r + 2r^2\cos\theta + r^3)\, dr\, d\theta$$

$$\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\cos\theta + \frac{1}{4}\right) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{3}{4}\, d\theta + \frac{2}{3}\int_0^{2\pi} \cos\theta\, d\theta$$

صفر

$$\boxed{\frac{3\pi}{2}}$$

۷- حاصل انتگرال $I = \int_C \bar{z}\,dz$، روی مسیر نشان داده‌شده در شکل زیر، کدام است؟



۱) $2i - 1$

۲) $1 - 2i$

۳) $2i$

۴) 2

$\bar{z} = x - iy$

$dz = dx + i\,dy$

$\int_0^1 (x+i)\,dx = \frac{1}{2} + i$

$\int_{-1}^{0} (1 - iy)\,i\,dy$

$\int_{-1}^{0} (i + y)\,dy$

$i - \frac{1}{2}$

۸- ضریب z^3 در بسط لوران تابع $f(z)=\begin{cases}\dfrac{z^3}{\cosh z-1} & z\neq 0\\ 1 & z=0\end{cases}$، کدام است؟

۱) $-\frac{1}{6}$ ✓
۲) $\frac{1}{6}$
۳) 0
۴) 1

$\frac{1}{\cosh z-1} \Rightarrow$ دنبال عدد ثابت ام

$\cosh\theta = 1+\frac{z^2}{2}+\frac{z^4}{24}+\cdots$

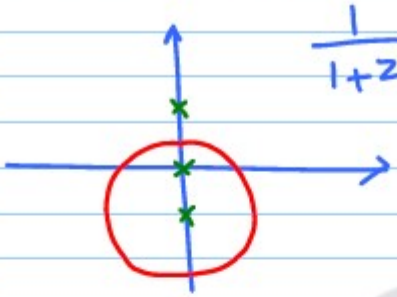
$$\frac{1}{\frac{z^2}{2}+\frac{z^4}{24}+\cdots} = az^{-2}+bz^{-1}+c+dz+\cdots$$

$\frac{a}{2}=1 \Rightarrow \boxed{a=2}$ دنبال ضرایب z^0 ام

$b=0$ z^1 ام ~ ~

$\frac{cz^2}{2}+\frac{a}{24}z^2=0$ z^2 ام ~ ~

$\frac{c}{2}+\frac{1}{12}=0 \Rightarrow c=-\frac{1}{6}$



$\frac{1}{1+z^2}$

۹- اگر $C:|z+i|=\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\oint_C \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^3+z}dz$، کدام است؟

۱) πie

۲) πie^{-i} ✓

۳) πie^{i}

۴) صفر

$z=0$

$z(z^2+1)$

$z(z+i)(z-i)$

$z_0=-i$ مانده در $\Rightarrow$ مانده $=\lim_{z\to -i} f(z)(z+i) = \frac{e^{-\frac{1}{i}}}{(-i)(-2i)} = \frac{e^{i}}{-2}$

$z=0$ مانده در $\Rightarrow \left(1+\frac{1}{z}+\frac{1}{2z^2}+\frac{1}{4!z^3}+\cdots\right)\times\frac{1}{z}\times\left(1-z^2+z^4-\cdots\right)$

$\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4!}-\cdots\right)=\cos(1)=\frac{e^{i}+e^{-i}}{2}$

$\frac{e^{-i}}{2}\times 2\pi i = \boxed{i\pi e^{-i}}$

۱۰- مقدار $\oint_{|z|=1}\left(e^{-\frac{1}{z^2}}\sin\frac{1}{z}+\frac{|\bar{z}|}{z^2}\right)dz$، کدام است؟

۱) $-2\pi i$

۲) ۰

۳) $2\pi i$

۴) $\frac{\pi}{2}i$

$\int e^{-\frac{1}{z^2}}\sin\frac{1}{z}\,dz \quad \left(1-\frac{1}{z^2}+\frac{1}{2z^4}-\cdots\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{3!z^3}+\cdots\right)$

$\int \frac{1}{z^2}\,dz = \text{صفر}$

۱۱- با استفاده از بسط سری فوریهٔ تابع $f(x) = x^2 + |x|$ در بازهٔ $-1 < x < 1$، حاصل سری زیر، کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-3\cos(3n\pi)}{(n\pi)^2}$$

$n=1 \Rightarrow \frac{4}{\pi^2} = \frac{4}{10} = \frac{8}{20}$

$n=2 \Rightarrow \frac{-2}{4\pi^2} = \frac{-1}{20}$

$\frac{7}{20} \simeq \frac{1}{3}$

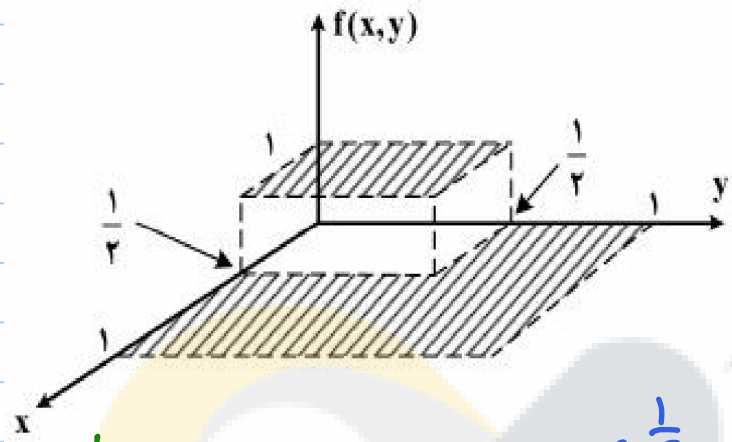
۱) $\frac{5}{24}$

۲) $\frac{5}{12}$ ✓

۳) $\frac{5}{6}$ ✗

۴) $\frac{5}{3}$ ✗

۱۲- دانشجویی برای تابع $f(x,y)$ زیر، وقتی‌که $0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1$ است، سری دوبعدی به‌صورت $f(x,y)=\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=1}^{+\infty} A_{nm}\sin(n\pi x)\sin(m\pi y)$ نوشته است، A_{13} کدام است؟



۱) $\frac{1}{9\pi^2}$

۲) $\frac{1}{3\pi^2}$

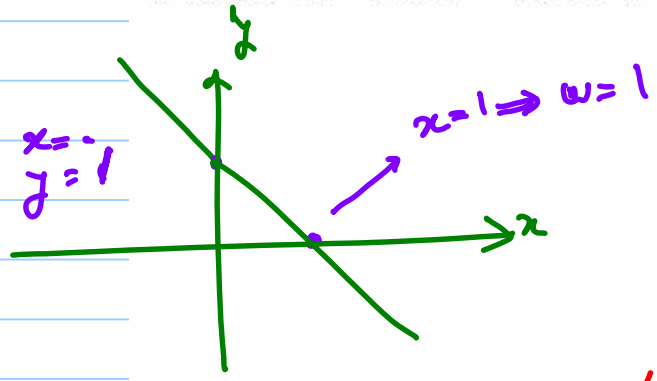
۳) $\frac{4}{9\pi^2}$

۴) $\frac{4}{3\pi^2}$ ✓

$$\frac{2}{1}\int_0^{\frac{1}{2}} \underbrace{1\times\sin 1\pi x}_{2\frac{\cos\pi x}{\pi}\Big|_{\frac{1}{2}}^{0}} \times \frac{2}{1}\int_0^{\frac{1}{2}} 1\times\sin 3\pi x\, dx \quad 2\frac{\cos 3\pi x}{3\pi}\Big|_{\frac{1}{2}}^{0}$$

$$\frac{2}{\pi}\times\frac{2}{3\pi}=\frac{4}{3\pi^2}$$

۱۳- ناحیهٔ بالای خط $x+y=1$ در صفحهٔ z تحت نگاشت $w=\frac{1}{z}$، داخل دایره‌ای، با کدام مرکز و شعاع تصویر می‌شود؟

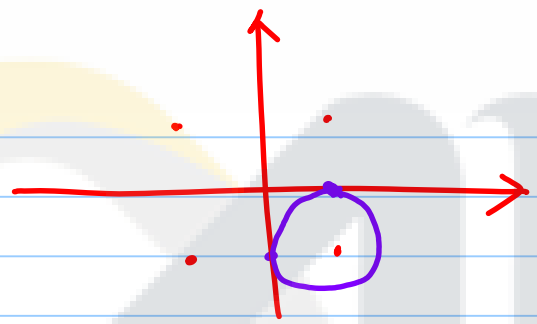


۱) به مرکز $(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) به مرکز $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) به مرکز $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) به مرکز $(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$



۱۴- اگر $z = z(u,v)$، $\begin{cases} u = x - t \\ v = 2x + t \end{cases}$ باشد، آنگاه معادلهٔ $z_{xx} + 2z_{tt} = 0$، به چه معادله‌ای تبدیل می‌شود؟

۱) $z_{uv} = 0$

۲) $z_{uu} = z_{uv}$

۳) $z_{uu} + 2z_{vv} = 0$ ✓

۴) $z_{uu} + 2z_{uv} + z_{vv} = 0$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \left(\frac{\partial z}{\partial u} \times \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial v} \times \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$u_x = 1$

$v_x = 2$

$z_x = z_u u_x + z_v v_x$

$z_x = z_u + 2z_v$

$z_{ux} = z_{uu} + 2z_{uv}$

$2z_{vx} = 2z_{vu} + 4z_{vv}$

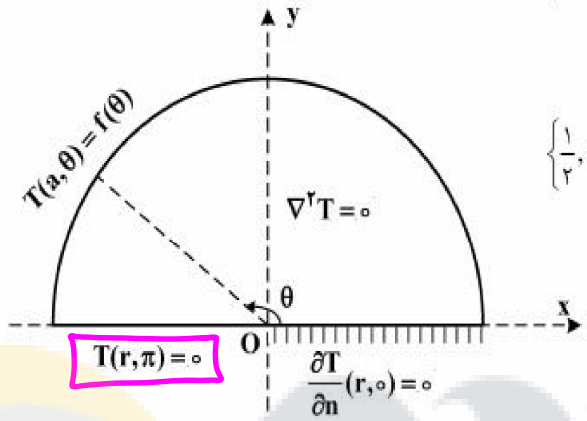
$\Rightarrow z_{xx} = z_{uu} + 2z_{uv} + 2z_{vu} + 4z_{vv}$

$z_{tt} = \cdots$

$z_{tt} = z_{uu} + z_{vv} - 2z_{uv}$

۱۵- مسئلهٔ مقدار کرانه‌ای (مرزی) زیر در داخل یک نیم‌دایره به مرکز O و شعاع a و با قطر واقع بر محور x با شرایط مرزی مذکور داده‌شده، که در آن تابع f مفروض تکّه‌ای هموار و n قائم یکه برونسو بر شعاع است. یک پایهٔ متعامد کامل برای بسط فوریه تابع f در این مسئله، کدام است؟

$\frac{2k-1}{2}$



۱) $\left\{\frac{1}{2}, \cos\theta, \cos 2\theta, \ldots, \cos(n\theta), \ldots\right\}$ ✗

۲) $\left\{\frac{1}{2}, \cos\frac{\theta}{2}, \cos\frac{3\theta}{2}, \ldots, \cos(\frac{2n-1}{2}\theta), \ldots\right\}$

۳) $\{\sin\theta, \sin 2\theta, \ldots, \sin(n\theta), \ldots\}$ ✗

۴) $\left\{\cos(\frac{2k-1}{2}\theta)\right\}_{k\in\mathbb{N}}$ ✓

۱۶- در مسئلهٔ مقدار اولیهٔ مرزی زیر، h تابعی تکّه‌ای هموار است. پایهٔ متعامد کامل بسط فوریهٔ تابع h، کدام است؟

$$\begin{cases} \nabla^2 T = T_{xx} + T_{yy} = 0 \ , \ 0 < x < a, 0 < y < b \\ T(0,y) = T(a,y), T_x(0,y) = T_x(a,y), 0 < y < b \\ T(x,0) = 0, T(x,b) = h(x), 0 < x < a \end{cases}$$

۱) $\left\{\frac{1}{2}, \sin\frac{2\pi x}{a}, \cos\frac{2\pi x}{a}, \sin\frac{4\pi x}{a}, \cos\frac{4\pi x}{a}, \ldots, \sin\frac{2n\pi x}{a}, \cos\frac{2n\pi x}{a}, \ldots\right\}$ ✓

هم sin، هم cos

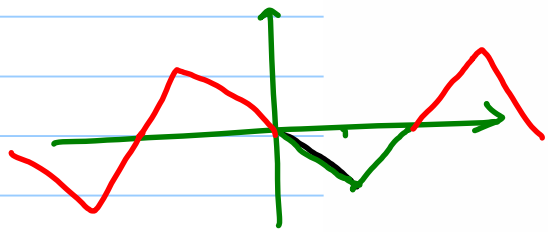
$\lambda = \frac{2n\pi}{L}$

۲) $\left\{\frac{1}{2}, \sin\frac{\pi x}{a}, \cos\frac{\pi x}{a}, \sin\frac{2\pi x}{a}, \cos\frac{2\pi x}{a}, \ldots, \sin\frac{n\pi x}{a}, \cos\frac{n\pi x}{a}, \ldots\right\}$

۳) $\left\{\frac{1}{2}, \cos\frac{\pi x}{a}, \cos\frac{2\pi x}{a}, \ldots, \cos\frac{n\pi x}{a}, \ldots\right\}$

۴) $\left\{\sin\frac{\pi x}{a}, \sin\frac{2\pi x}{a}, \ldots, \sin\frac{n\pi x}{a}, \ldots\right\}$

۱۷- اگر جواب مسئلهٔ مقدار اولیهٔ مرزی: $\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 \ , \ 0 < x < 2 \ , t > 0 \\ u(0,t) = 0 = u(2,t) \ , u(x,0) = |x-1| - 1 \end{cases}$ به‌صورت $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k e^{-(\frac{k\pi}{2})^2 t} . \sin \frac{k\pi x}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $u(1,t)$ کدام است؟



$k = 2m-1$

۱) $\frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}}}{(2m-1)^2}$

۲) $-\frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}} (-1)^{m-1}}{(2m-1)^2}$

۳) $\frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}}}{(2m-1)^2}$

۴) $-\frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}}}{(2m-1)^2}$

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L} x$$

$$B_{2m-1} = \frac{4}{L} \int_0^{\frac{L}{2}} f(x) \sin \frac{(2m-1)\pi}{L} x \, dx$$

$$B_{2m-1} = -2 \int_0^1 x \sin \frac{2m-1}{2} \pi x \, dx$$

$$\begin{array}{ll} + & x \\ - & 1 \\ & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{-2 \cos(\theta) x}{(2m-1)\pi} \\ \frac{-4 \sin(\theta) x}{(2m-1)^2 \pi^2} \end{array}$$

$$\sin \theta \overset{1}{x} = (-1)^{m-1}$$

$$= \frac{-8}{(2m-1)^2 \pi^2} \sin(\theta) = \frac{-8}{(2m-1)^2 \pi^2} (-1)^{m-1}$$

$$u(1,t) = \sum \frac{-8}{(2m-1)^2 \pi^2} (-1)^{m-1} e \, (-1)^{m-1}$$

۱۸- ابتدای میله‌ای به طول l عایق شده و انتهای آن در شرط مرزی $\left(\frac{\partial u}{\partial x}+hu\right)\Big|_{x=l}=0$ صدق می‌کند. اگر پاسخ معادلهٔ حرارت در یک بعد $\left(\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)$، با شرایط بالا به‌صورت زیر فرض شود:

$$u(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n e^{-k_n^2c^2t}\cos k_n x$$

در این صورت k_nها در کدام معادله صدق می‌کنند؟

۱) $h\tan k_n l = k_n l$

۲) $k_n \tan k_n l = -h$

۳) $k_n \tan k_n l = h$

۴) $k_n \tan k_n l = -k_n l$

$-k_n \sin k_n l + h\cos k_n l = 0$

$k_n \sin k_n l = h\cos k_n l$

۱۹- معادلهٔ ناهمگن حرارت در یک بعد را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial t}=1\ ;\ 0<x<1,\ t>0$$

شرایط مرزی و اولیه عبارت‌اند از:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=1}=0\ ;\ u(0,t)=0;\ u(x,0)=x(x-2)$$

در این صورت پاسخ حالت پایدار، در کدام نقطه، x، برابر $-\frac{3}{8}$ خواهد بود؟

۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{2}$ ✓

۴) $\frac{3}{4}$

$B=0$

$\frac{x^2}{2}+Ax+B$

$x+A \rightarrow A+1=0 \Rightarrow A=-1$

$\frac{x^2}{2}-x=-\frac{3}{8} \Rightarrow$

$x^2-2x+\frac{3}{4}=0$

$(x-\frac{1}{2})(x-\frac{3}{2})=0$

$x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{3}{2}$

۲۰- اگر برای $0 < x < 2$ داشته باشیم:

$$x = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2} - \dots\right)$$

در این صورت بسط فوریهٔ $1-\frac{x^2}{4}$ در بازهٔ $0 < x < 2$، کدام است؟

$$\int_0^2 \left(1-\frac{x^2}{4}\right)dx = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}$$

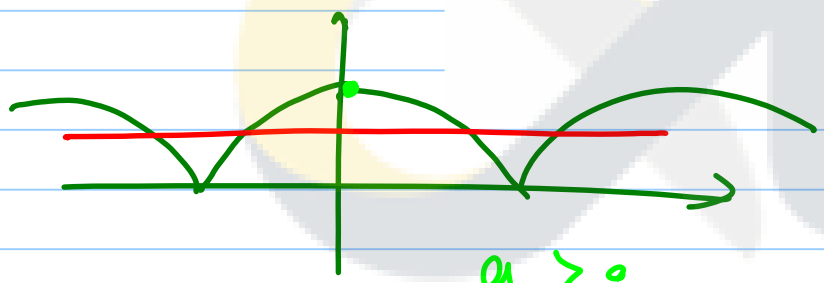
۱) $\frac{2}{3}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos\frac{n\pi x}{2}$

۲) $\frac{2}{3}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\cos\frac{n\pi x}{2}$

۳) $\frac{4}{3}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos\frac{n\pi x}{2}$

۴) $\frac{2}{3}+\frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\cos\frac{n\pi x}{2}$

$$\frac{x^2}{2\times 2} = \frac{4}{2\times\pi}\times\frac{2}{\pi}\sum \frac{\cos n\pi x}{2}$$



$a_1 > 0$

روش دوم: الف: یافتن $\frac{a_0}{2}$

ب: انتگرال‌گیری کامل

کدام‌یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱) یک مدار متشکل از عناصر واقعی (فیزیکی)، می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد.

۲) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد.

۳) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می‌تواند جواب نداشته باشد.

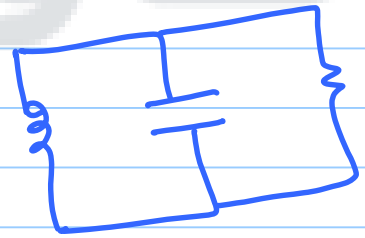
۴) جواب‌های یک مدار واقعی، الزاماً با جواب‌های مدار معادل ایدئال آن یکی نیست.

نادرست

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=8 \end{cases}$$ پاسخ ندارد

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=10 \end{cases}$$ بی‌نهایت جواب دارد

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x-y=18 \end{cases}$$ پاسخ یکتا دارد



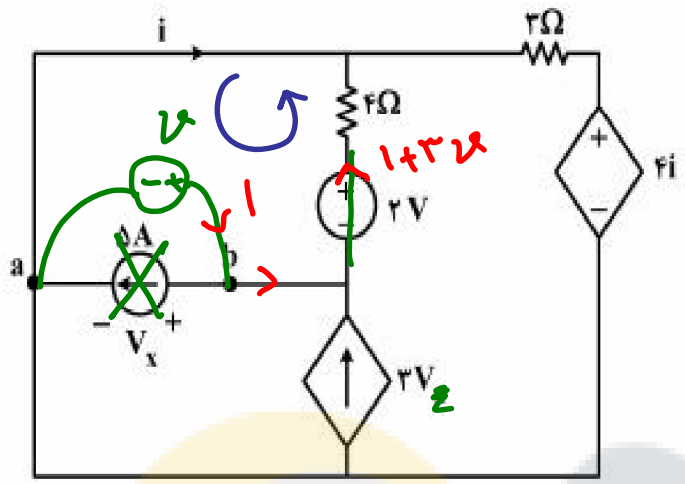
در مدار زیر، مقاومت دیده‌شده از a و b، چند اهم است؟

۱) -۴

۲) ۳

۳) $-\frac{۴}{۱۱}$

۴) $\frac{۱}{۱۱}$

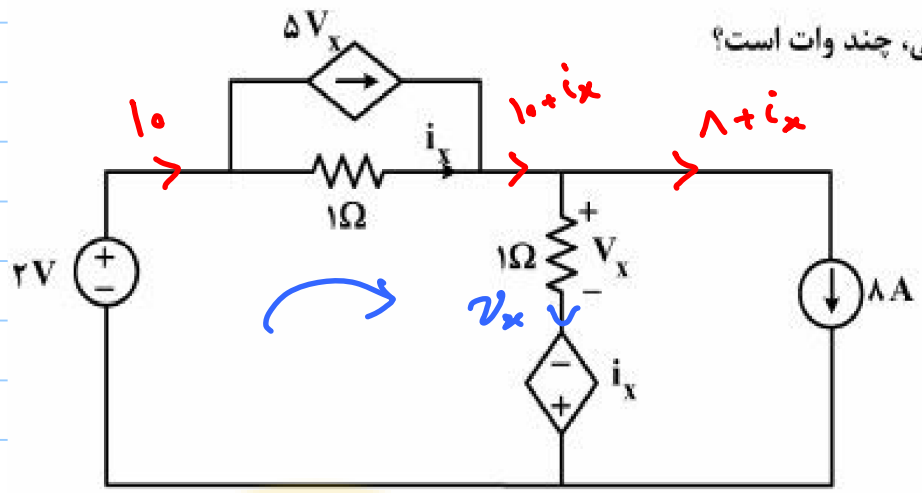


$V = (1+3v)4$

$11v = -4$

در مدار زیر، توان منبع ولتاژ ۲ ولتی، چند وات است؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۴۰

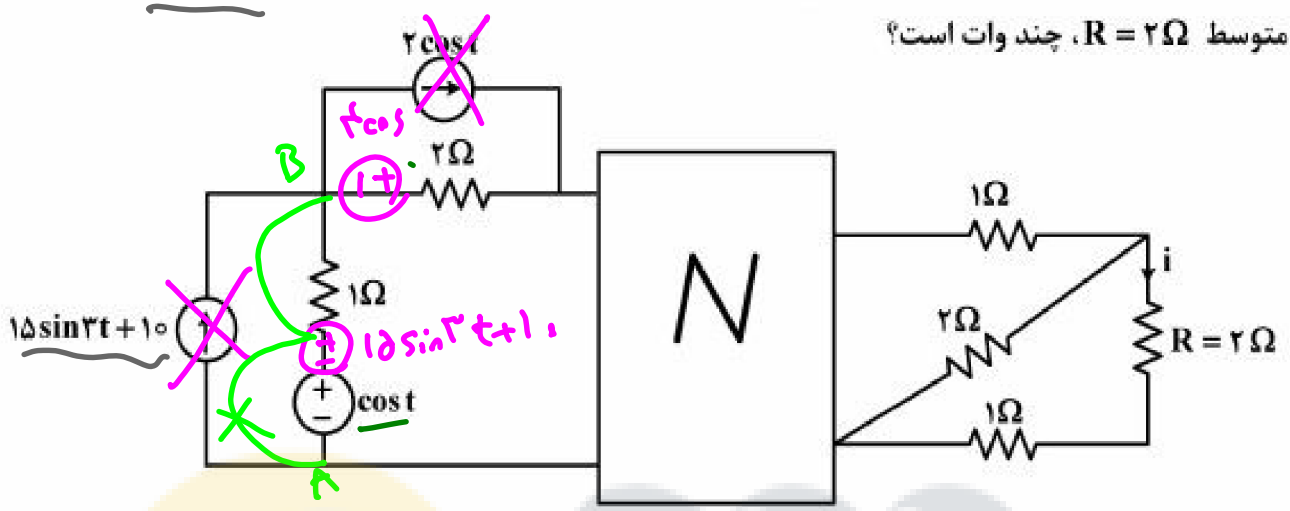


$۲ = i_x + v_x - i_x$

$\boxed{v_x = ۲}$

$p = -۲۰$

در مدار زیر، «N» شامل مقاومت‌های خطی و بدون منابع مستقل است. اگر جملهٔ ثابت i، برابر ۲ آمپر باشد، توان متوسط $R = 2\Omega$، چند وات است؟



۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۱۸

$i = \frac{1}{5} \times ($ منبع $)$

$i = \cos t + 2 + 3\sin 3t$

توان متوسط:

راه اول با rms:

$i_{rms}^2 = 4 + \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 9$

$P = 2 \times 9 = 18$

راه دوم:

$p(t) = 2\, i^2(t) \rightarrow \cos^2 + 4 + 9\sin^2 3t + 4\cos t + 4\cos t \sin 3t + 12\sin 3t$

$\frac{1}{2}$ $\quad 4 \quad \frac{9}{2}$

متوسط اشون صفره

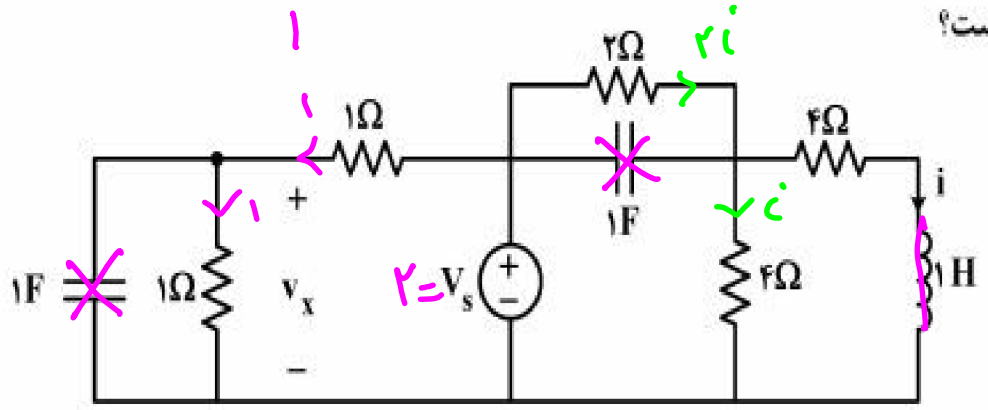
رابطه توان فقط در $\frac{1}{2}$ دامپدکه می خوام با تابع سینوسی مثل DC رفتار کنن

$i = A\sin\omega t$

Gh.m: $RA^2\sin^2\omega t \Rightarrow \frac{1}{2}RA^2$, Gh.M: $R(\frac{A}{\sqrt{2}})^2 = \frac{1}{2}RA^2$

Kh.m: $\frac{1}{2}Ri^2 = \frac{1}{2}RA^2$

در مدار زیر، به ازای ورودی ثابت V_s و شرایط اولیهٔ صفر، در $t \geq 0$، ولتاژ v_x برابر $(1-e^{-2t})$ است. مقدار دائمی i ($i(t \to \infty)$) برابر کدام است؟



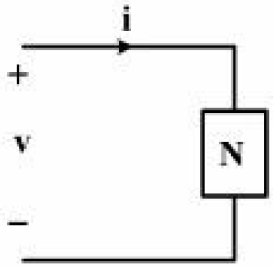
۱) $\frac{1}{8}$

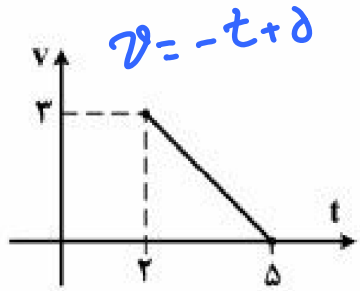
۲) $\frac{1}{4}$

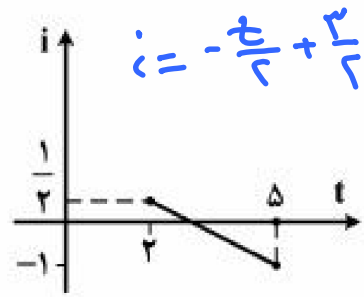
۳) $\frac{1}{2}$

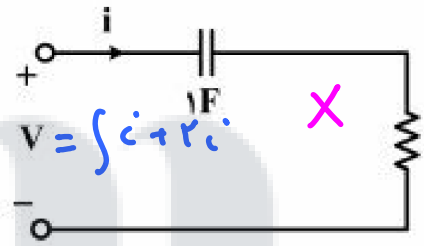
۴) ۱

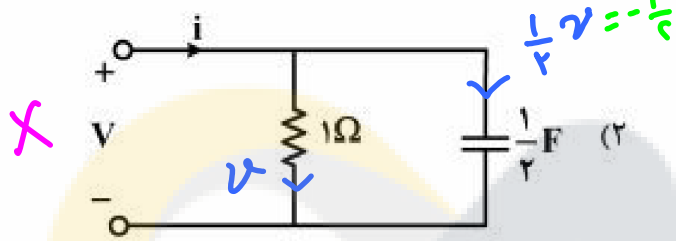
به ازای مشخصه‌های زمانی v و i، اتصال کدام دو المان معادل N است؟

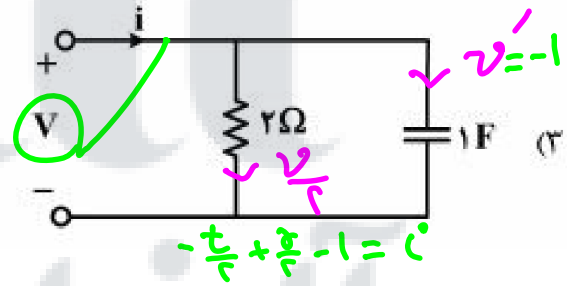


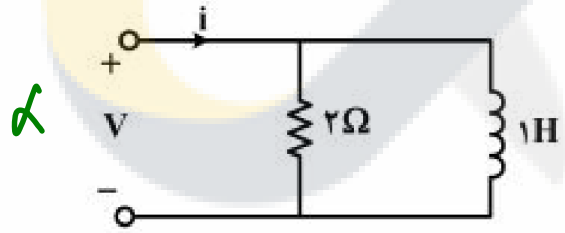




۱)


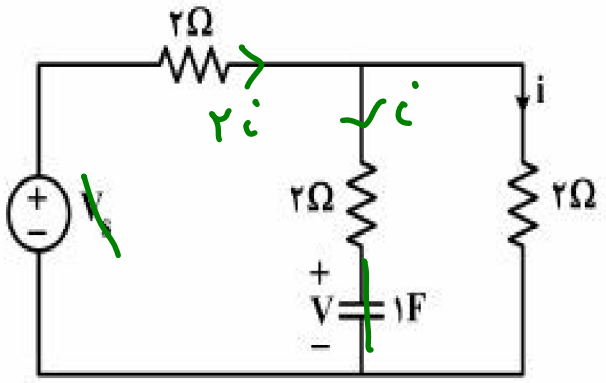
۲)


۳)


۴)


در مدار زیر، $v(0^-)=2v$ و $v_s(t)=\beta\,\delta(t-t_0)$ است که در آن $t_0=3\ln 2$ می‌باشد. برای اینکه به ازای $t>t_0$ مقدار $i=0$ باشد، مقدار β کدام است؟

۱) -6
۲) -3
۳) $+3$
۴) $+6$



خازن کامل تخلیه شده بوده
$v(t_0^+)=0$

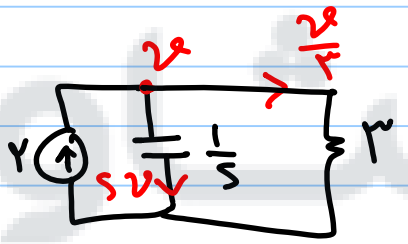
$\beta\delta = 6i \Rightarrow i = \frac{\beta}{6}\delta \Rightarrow v(t_0^+) = \underbrace{v(t_0^-)}_{-\frac{\beta}{6}} + \frac{\beta}{6} = 0$

$0<t<t_0$

$v(t) = 2e^{-\frac{t}{3}}$, $t=t_0=3\ln 2$ $\Rightarrow 1$

$0<t<t_0$
کیل مدار بزن

حل با لاپلاس:

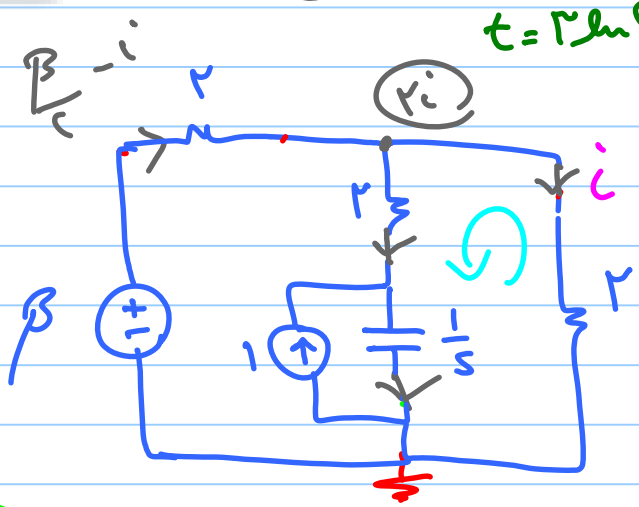


$v(s+\frac{1}{3}) = 2$

$v = \frac{2}{s+\frac{1}{3}} \Rightarrow v(t) = 2e^{-\frac{t}{3}}$

$t=3\ln 2 \Rightarrow v(t_0)=1$

$t\geq t_0$
کیل مدار بزن



مرحله بعدی

$i = \text{گذرا} + \frac{\beta}{s+D}$

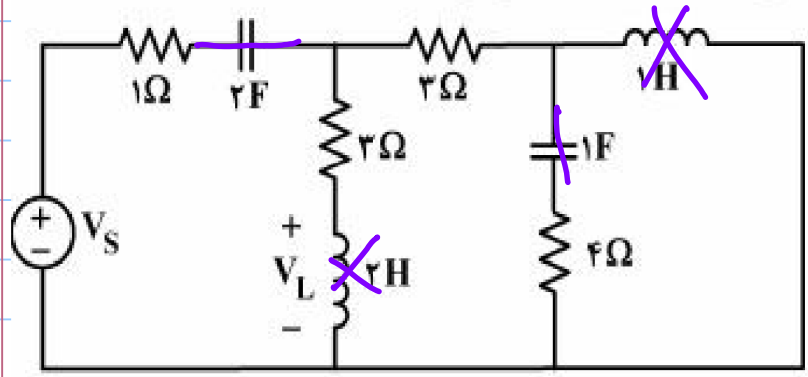
β موجود باشد

$i = \delta + \frac{K}{s+6}$

δ ، Ke^{-6t}

دقت کنیم که قرار است i برای $t>t_0$ مقدارش صفر شود

در مدار زیر، با تغییر آنی V_S به اندازهٔ ۲ واحد، V_L چه مقدار تغییر آنی می‌کند؟

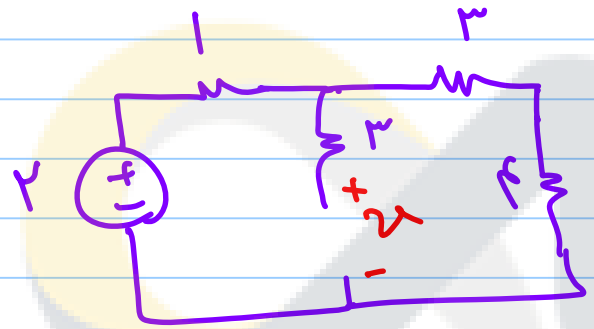


۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۷}{۸}$

۴) $\frac{۷}{۴}$



$2v = \frac{۷}{۸} \times ۲$

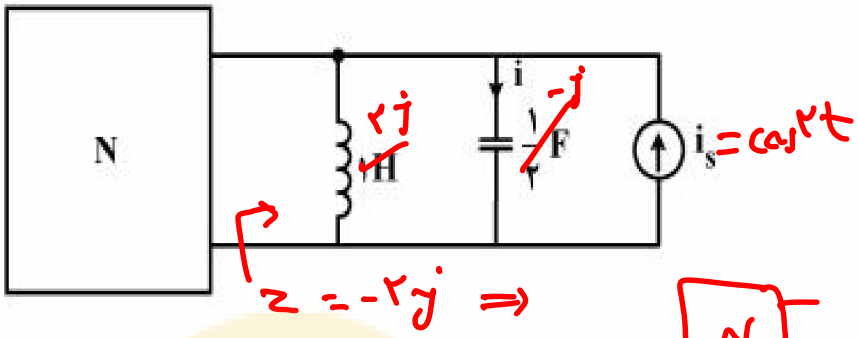
در مدار زیر، «N» شامل مقاومت‌های خطی و بدون منابع مستقل است. توان N به ازای ورودی $i_s = \cos 2t$ در شرایط دائمی سینوسی ماکزیمم است. در این مدار با شرایط اولیهٔ صفر و به ازای ورودی ضربهٔ $i_s = \delta(t)$، جریان خازن در $t = 0^+$ کدام است؟

۱) $+1$

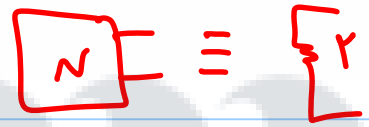
۲) $\frac{1}{2}$

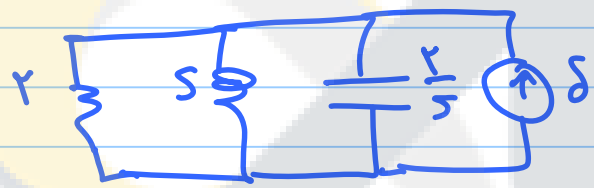
۳) -1

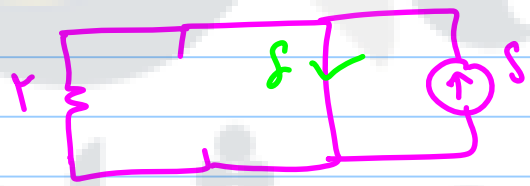
۴) $\frac{1}{4}$



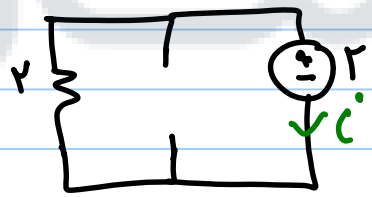
$z = -2j \Rightarrow$





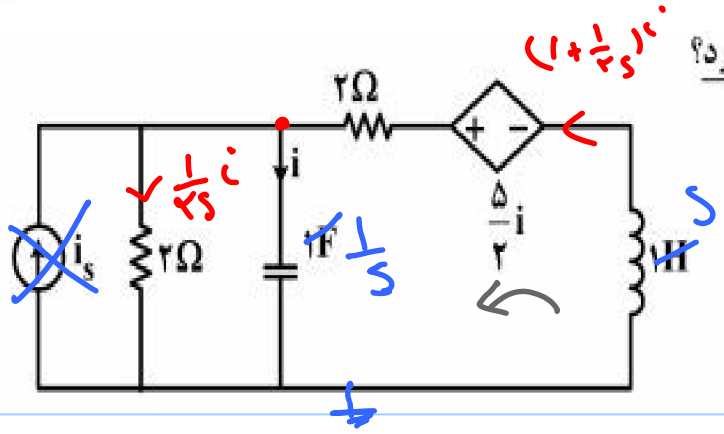


$v(0^+) = 2\int \delta = 2$



$i = -1$

به ازای کدام i_s، در مدار زیر حالت دائمی وجود ندارد؟

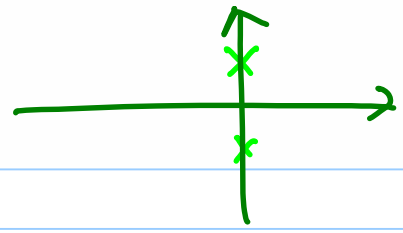


۱) $\sin\frac{۱}{۲}t$

۲) $\sin ۲t$

۳) $\cos\sqrt{۲}t$

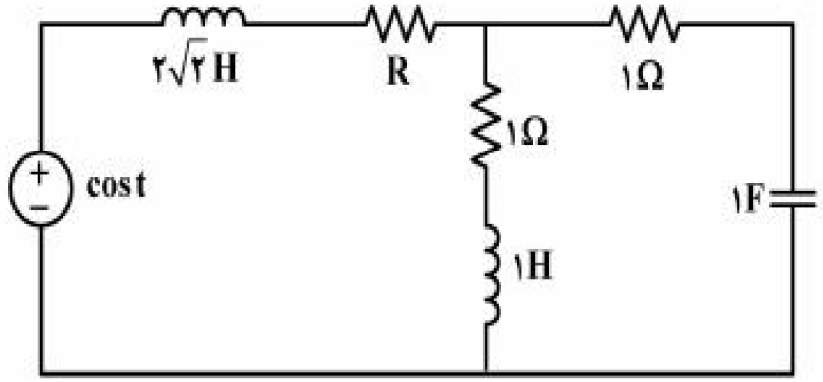
۴) $\cos t$



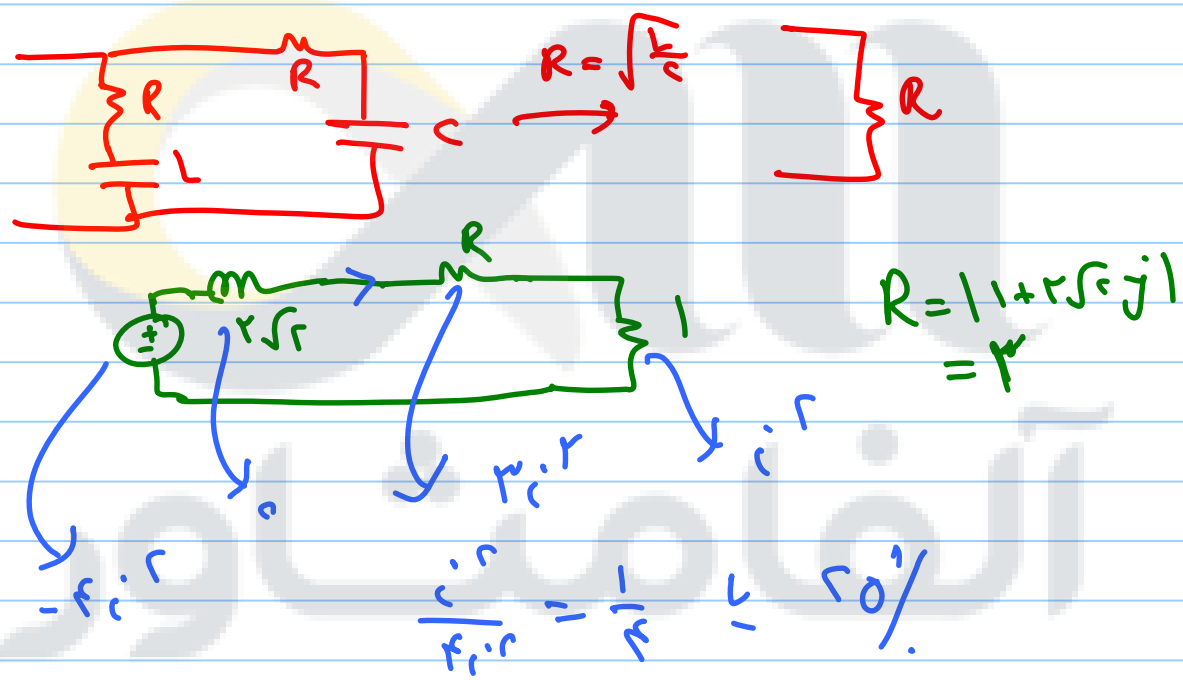
$$\left(s+\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+2+\frac{1}{s}+\frac{1}{s}\right)i$$

$$\left(s+\frac{2}{s}\right)i=0 \Rightarrow s^2+2=0 \Rightarrow s=\pm j\sqrt{2}$$

در مدار زیر وقتی توان R در حالت دائمی سینوسی ماکزیمم است، مقاومت‌های ۱Ω چند درصد توان حقیقی منبع را مصرف می‌کنند؟



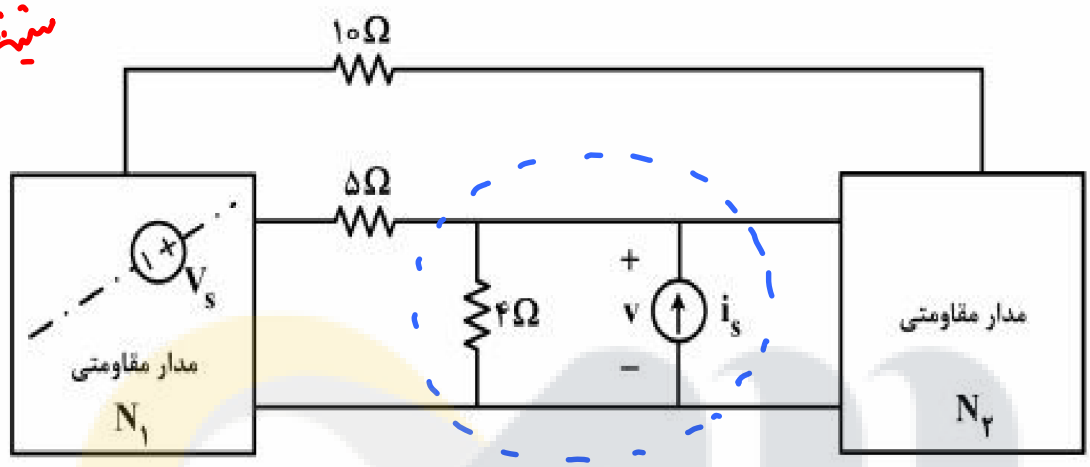
۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۵۰
۴) ۷۵



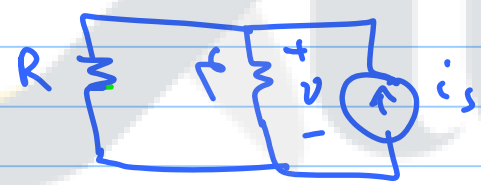
در مدار زیر با مقاومت‌های خطی و منابع مستقل v_s و i_s می‌دانیم که $v = 3i_s + \frac{1}{2}v_s$ است. به‌جای مقاومت 4Ω چه مقاومتی (برحسب اهم) بگذاریم تا توان مصرفی منبع جریان i_s دو برابر شود؟

بستگی به خودش

رنس (منابع ولتاژی باهم همزمان نیستند)



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲



$R \parallel 4 = 3$

$R = 12$

در مدار ۵ شاخه‌ای و چهار گرهی، بردار ولتاژهای مدار (V_b) به‌صورت زیر است:

$$V_b = V_1\begin{bmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{bmatrix} + V_2\begin{bmatrix}0\\1\\-1\\-1\\0\end{bmatrix} + V_5\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\1\end{bmatrix}$$

هم‌ستون‌ها

$$\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\\v_4\\v_5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&-1&0\\0&-1&1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_5\end{bmatrix}$$

$v_3 = -v_1 - v_2$

$v_4 = -v_2 + v_5$

ماتریس حلقه‌های اساسی متناظر، کدام است؟

۱) $\underline{B} = \begin{bmatrix}1&1&1&0&0\\0&1&0&1&-1\end{bmatrix}$ ✓

$v_1 + v_2 + v_3 = 0$

$v_2 + v_4 - v_5 = 0$

۲) $\underline{B} = \begin{bmatrix}1&0&1&0&0\\1&1&0&1&-1\end{bmatrix}$ ✗

۳) $\underline{B} = \begin{bmatrix}1&0&1&1&0\\0&1&1&0&-1\end{bmatrix}$

۴) $\underline{B} = \begin{bmatrix}1&0&0&1&-1\\0&1&1&0&0\end{bmatrix}$

در مداری با ۳ فرکانس طبیعی تابع انتقال $\frac{V_0}{V_s}=\frac{s+3}{(s+1)^2(s+2)}$ را داریم. اگر $v_s(t)=\cos t$ باشد، مقدار ماکزیمم $v_0(t)(t\to\infty)$، کدام است؟

$$\frac{|j+3|}{|(j+1)^2(j+2)|}=\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}$$

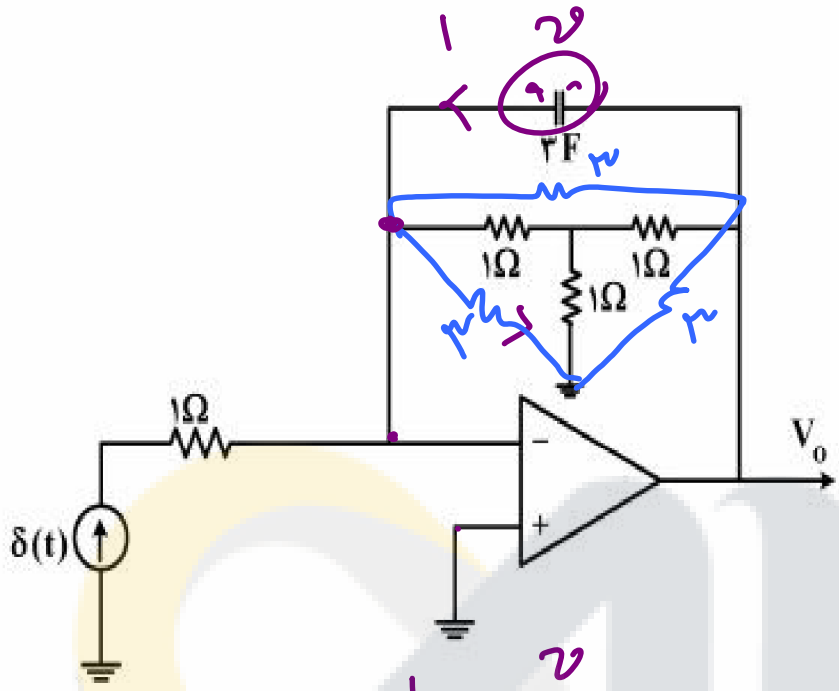
۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۲

۳) $\sqrt{2}$

۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

در مدار زیر پاسخ ضربهٔ خروجی، کدام است؟ (آپ امپ ایدئال فرض شده است)

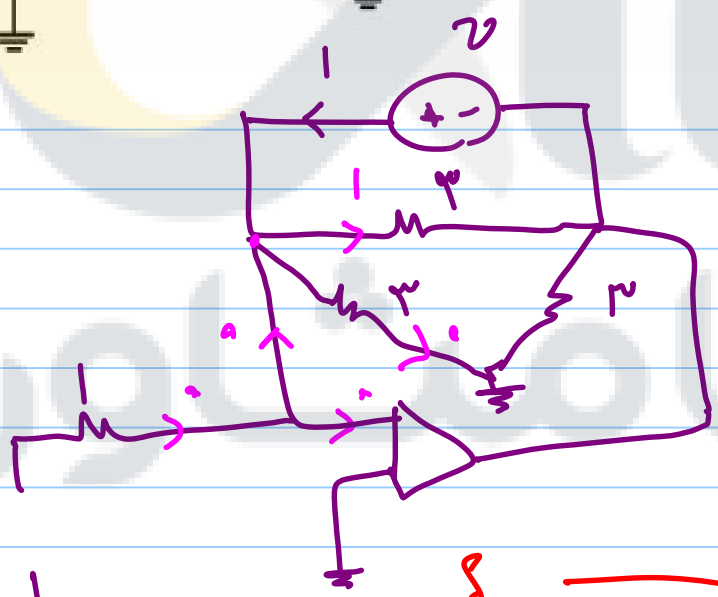


۱) $V_o = \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$

۲) $V_o = -\frac{1}{3}e^{-t}u(t)$

۳) $V_o = \frac{1}{3}e^{\frac{-t}{9}}u(t)$

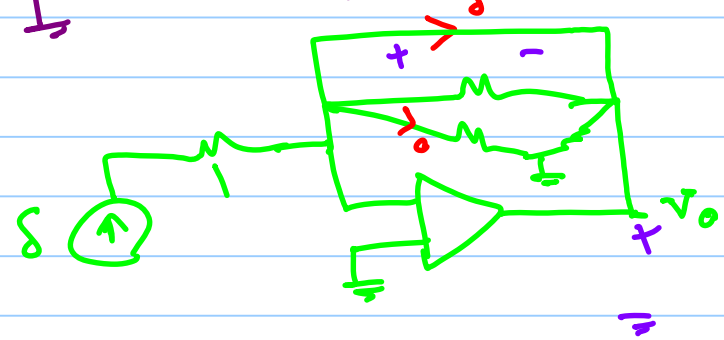
۴) $V_o = -\frac{1}{3}e^{\frac{-t}{9}}u(t)$



به دست آوردن R_{th}:

$R_{th} = 3$

$\tau = RC = 9$

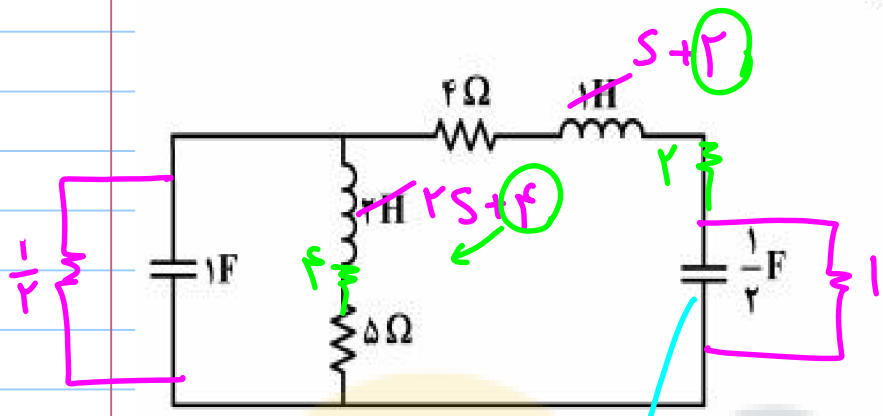


$v_c(0^+) = \frac{1}{3}\int \delta = \frac{1}{3}$

$v_o = -v_c$

$-\frac{1}{3}e^{-\frac{t}{9}}$

در مدار زیر اگر با افزودن المان‌هایی به مدار، تمام فرکانس‌های طبیعی آن را به اندازهٔ ۲ واحد به سمت چپ انتقال دهیم، مجموع مقاومت‌های مدار جدید چند اهم خواهد شد؟



۱) ۱۰/۵
۲) ۱۸
۳) ۱۵/۵
۴) ۱۶/۵

$\frac{2}{s} \rightarrow \frac{2}{s+2} \Rightarrow Y = \frac{s}{2} + 1$

معادله درجه دوم $x^2 + 4x - 11$ را در نظر بگیرید. معادله جدیدی تشکیل دهید که ریشه‌های آن ۲ واحد از ریشه‌های معادله داده شده کمتر باشد

$x \rightarrow x+2$

$(x+2)^2 + 4(x+2) - 11 = 0$

در مدار خطی زیر با $i_s = 0$ و $v_s = \delta(t)$ پاسخ حالت صفر $i(t)$ برابر $(1+3e^{-t})u(t)$ است. با $v_s = \delta(t)$ و $i_s = 2\delta(t) + u(t)$ پاسخ حالت صفر $i(t)$ برابر کدام است؟

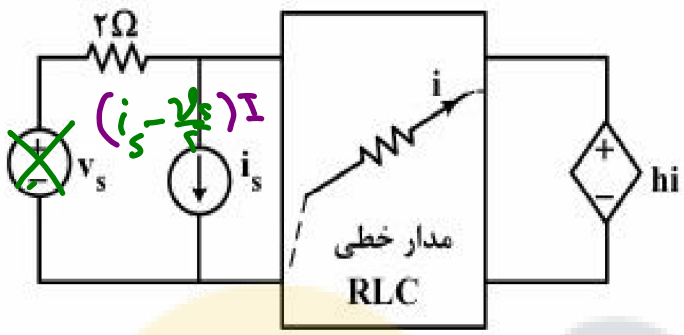
$\frac{1}{s} + \frac{3}{s+1}$

۱) $u(t)[-9-2t]$

۲) $u(t)[-9-3e^{-t}-2t]$

۳) $u(t)[-9+3e^{-t}+2t]$

۴) $u(t)[-3e^{-t}+2t]$



$$H(s) = \frac{i}{I} = \frac{\frac{1}{s} + \frac{3}{s+1}}{-\frac{1}{2}} = -2\left(\frac{1}{s} + \frac{3}{s+1}\right)$$

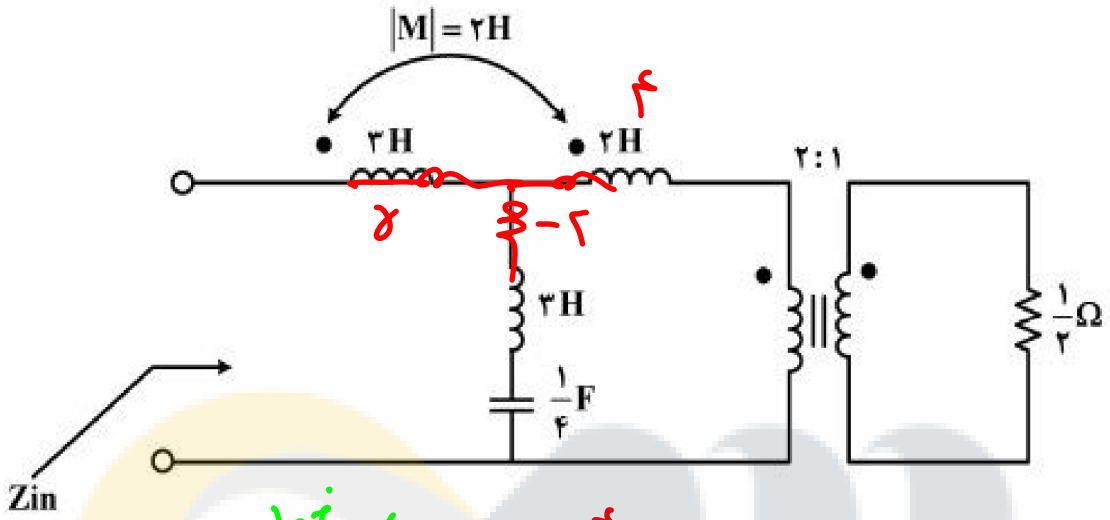
$$I_{\text{جزئی}} = 2 + \frac{1}{s} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{s}$$

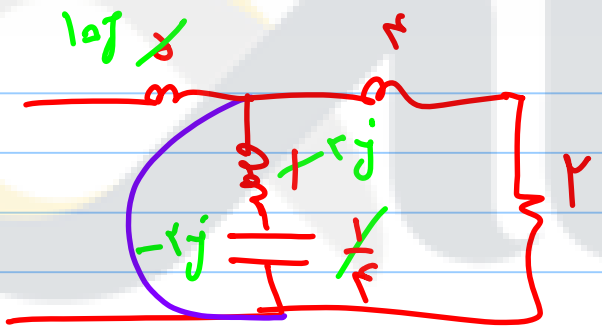
$$i_{\text{جزئی}} = \left(-\frac{2}{s} - \frac{6}{(s+1)}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{s}\right)$$

$$= -\frac{9}{s} - \frac{2}{s^2} - \frac{3}{s+1}$$

در مدار زیر، اندازهٔ امپدانس دیده‌شده در فرکانس $\omega = ۲\frac{rad}{s}$، چند اهم است؟

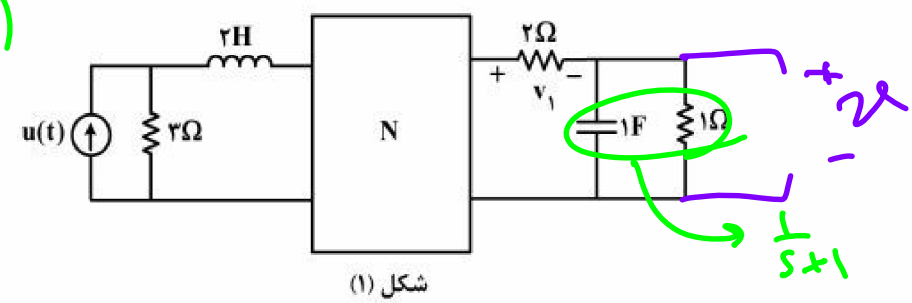
۱) ۱۰
۲) ۵
۳) ۲
۴) ۱



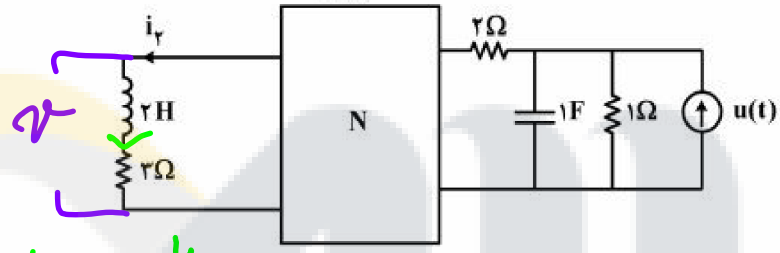


اگر پاسخ حالت صفر v_1 در شکل (۱) برابر $v_1 = \left[2e^{-t} - 3e^{-2t} + 1\right]u(t)$ باشد، پاسخ حالت صفر i_2 در شکل (۲)، برابر کدام است؟ (N هم پاسخ است)

$v = \frac{v_1}{2}\left(\frac{1}{s+1}\right)$



شکل (۱)



شکل (۲)

$i_2 = \frac{v}{2s+3} = \frac{v_1}{2}\left(\frac{1}{s+1} \times \frac{1/2}{s+\frac{3}{2}}\right)$

v_1 چی بود؟ → معکوس لاپلاس

۱) $\frac{1}{6}\left[1 - 4e^{-t} + 2te^{-t} + 3e^{-2t}\right]u(t)$

۲) $\frac{1}{6}\left[1 - 3e^{-t} + te^{-t} + e^{-2t}\right]u(t)$

۳) $\frac{1}{2}\left[1 - 4e^{-t} + 2te^{-t} - e^{-2t}\right]u(t)$

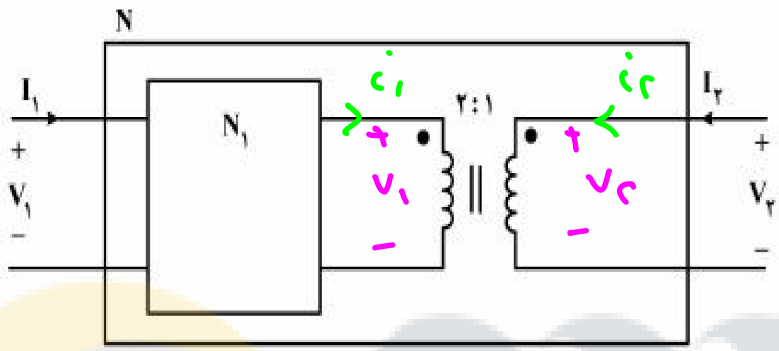
۴) $\frac{1}{2}\left[1 - e^{-t} + te^{-t} - e^{-2t}\right]u(t)$

در مدار زیر، N متقابل و ماتریس انتقال N_1 به‌صورت $T_1 = \begin{bmatrix} s & 1 \\ s-1 & a \end{bmatrix}$ است.

ماتریس انتقال N، کدام است؟ a مقداری ثابت است.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

$$i_1 = -\frac{1}{2} i_2$$



۱) $\begin{bmatrix} \frac{s}{2} & 2 \\ \frac{(s-1)}{2} & 2 \end{bmatrix}$ ✗

۲) $\begin{bmatrix} s & 1 \\ s-1 & 1 \end{bmatrix}$ ✗

۳) $\begin{bmatrix} 2s & \frac{1}{2} \\ 2(s-1) & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 2s & 1 \\ 2(s-1) & 1 \end{bmatrix}$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} s & 1 \\ s-1 & a \end{bmatrix}}_{\det = 1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2s & \frac{1}{2} \\ 2s-2 & \frac{a}{2} \end{bmatrix}$$

$a = 1$