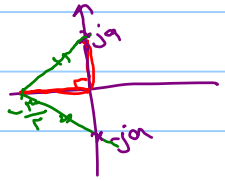


۱) تعداد ثابت
۲) فاصله تا نقطه عادی
۳) min

ساده (مرای)

۳۱- به‌ازای کدام مقدار مثبت a شعاع همگرایی پاسخ سری معادلهٔ دیفرانسیل $(x^2+a^2)y''+2xy'+4x^2y=0$ در اطراف نقطه $x=-\frac{3}{2}$ برابر $R=\frac{5}{2}$ خواهد بود؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۳

تکین $\leftarrow x=\pm ja$

$d=\sqrt{\frac{9}{4}+a^2}=\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{9}{4}+a^2=\frac{25}{4} \rightarrow a^2=\frac{25-9}{4}=4 \quad a=2$

ساده

۳۲- جواب عمومی معادلهٔ دیفرانسیل $y'^2(x-y)=4$ کدام است؟

۱) $y=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x-y+2}{x-y-2}\right)+c$
۲) $y=\ln\left(\frac{x-y+2}{x-y-2}\right)+c$
۳) $y=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x-y-2}{x-y+2}\right)+c$
۴) $y=\ln\left(\frac{x-y-2}{x-y+2}\right)+c$

$x-y=z \rightarrow 1-y'=z'$

$\Rightarrow z^2(1-z')=4 \rightarrow z^2-z^2z'=4$

$\rightarrow \frac{dz}{dx}=\frac{z^2-4}{z^2}$

$\left(\frac{z^2+4-4}{z^2-4}\right)dz=dx$

$\int\left(1+\frac{4}{z^2-4}\right)dz=\int dx \Rightarrow z+\ln\left|\frac{z-2}{z+2}\right|=x+c$

$(z-2)(z+2)$

$\Rightarrow \boxed{y=\ln\left|\frac{x-y-2}{x-y+2}\right|+c}$

* $f(t)u_a(t) \xrightarrow{L} e^{-as} L\{f(t+a)\}$

۳۳- جواب معادلهٔ انتگرال $y' - 3y - 2\int_0^x y(t)dt = u_2(x)$، با شرط اولیه $y(0)=0$، کدام است؟ (u تابع پله است.)

$y(0)=0$

$y' - 3y - 2\int_0^x y(t)dt = u(t-2)$

$\xrightarrow{d} y'' - 3y' - 2y(t) = \delta(t-2)$

$\xrightarrow{L} s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) - 3sY(s) - 3y(0) - 2Y(s) = e^{-2s}$

$\Rightarrow (s^2 - 3s - 2)Y(s) = e^{-2s}$

$\Rightarrow Y(s) = \dfrac{e^{-2s}}{(s-\frac{3}{2})^2 - \frac{17}{4}} \times \dfrac{\frac{\sqrt{17}}{2}}{\frac{\sqrt{17}}{2}}$

$\xrightarrow{L^{-1}} \dfrac{2}{\sqrt{17}} \sinh\left(\dfrac{\sqrt{17}}{2}(t-2)\right) e^{\frac{3}{2}(t-2)}\, u_2(t)$

* e^{-2s} در تبدیل لاپلاس وارون ضرب نمایی و ضرب $u_2(t)$ عدد آن $t \to t-2$

$s \to s-\frac{3}{2}$

$\dfrac{\omega}{s^2 - a^2}$

$a^2 = \frac{17}{4}$

$a = \frac{\sqrt{17}}{2}$

سخت (زیبا)

۳۴- لاپلاس وارون تابع $F(s) = \dfrac{1}{s^3\sqrt{2s+1}}$ برای $t > \ln 2$ کدام گزینه است؟

(راهنمایی: $\Gamma(x)$ تابع گاما است و $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$)

۱) $\dfrac{e^{-\frac{1}{2}(t-\ln 2)}}{\sqrt{2\pi t}}$

۲) $\dfrac{e^{-\frac{1}{2}(t-\ln 2)}}{\sqrt{2(t-\ln 2)}}$

۳) $\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}}{\sqrt{\pi(t-\ln 2)}}$

۴) $\dfrac{e^{-\frac{t}{2}}}{\sqrt{2\pi(t-\ln 2)}}$

$F(s) = \dfrac{1}{s^3\sqrt{2}\sqrt{s+\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{2^{s+\frac{1}{2}}\sqrt{s+\frac{1}{2}}}$ $\Big|_{s \to s+\frac{1}{2}}$

$\xrightarrow{L^{-1}} e^{-\frac{t}{2}} \cdot L^{-1}\left\{\dfrac{1}{s^3\sqrt{s}}\right\} \Rightarrow e^{-\frac{t}{2}} \times \dfrac{1}{\sqrt{\pi(t-\ln 2)}}\, u_{\ln 2}(t)$

$u(t-\ln 2)$ مرغن $+\gamma \ln 2$

** $2^s = e^{\ln 2^s} = e^{s\ln 2}$

$L^{-1}\left\{\dfrac{1}{s^3\sqrt{s}}\right\} = e^{(\ln 2)s}$ $\Big|_{e^{as}}$ $\underbrace{L^{-1}\left\{\dfrac{1}{\sqrt{s}}\right\}}_{\frac{1}{\sqrt{\pi t}}}$ $= u_{\ln 2}(t)\, \dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}\Big|_{t \to t-\ln 2} = \dfrac{1}{\sqrt{\pi(t-\ln 2)}}$

$+\gamma \ln 2$

* $t^a \xrightarrow{L} \dfrac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$

$t^{-\frac{1}{2}} \xrightarrow{L} \dfrac{\Gamma(\frac{1}{2})}{s^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s}} \to t^{-\frac{1}{2}} \xrightarrow{L} \sqrt{\pi}\, s^{-\frac{1}{2}} \to \dfrac{1}{\sqrt{s}} \xrightarrow{L^{-1}} \dfrac{t^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}} = \dfrac{1}{\sqrt{\pi}\sqrt{t}} = \dfrac{1}{\sqrt{\pi t}}$

۳۵- جوابی از معادلهٔ دیفرانسیل $xy''+y'=4x\ln x$ که منحنی آن از نقطه $(1,1)$ عبور کرده و در نقطه $x=0$ مقدار مشتق تابع محدود است، کدام است؟

۱) $x^2\ln\frac{x}{e}+2$

۲) $\frac{1}{2}x^2\ln x+1$

۳) $x^2\ln x+1$

۴) $\frac{1}{2}x^2\ln\frac{x}{e}+\frac{3}{2}$

www.alphamoshver.ir

آمار ۱۴۰۱

(۴۱)

فرض می‌کنیم مهره‌ی اول، عدد ۱ باشد. (تفاوتی نمی‌کند اگر انتخاب مهره‌ی اول، تمام حالات بردها با انتخاب مهره‌ی بعدی از مهره‌ی اول را بررسی می‌کنیم و در آخر $E(x)$ به‌دست آمده را در ۳ ضرب می‌کنیم)

آزمایش تا زمانی ادامه می‌یابد که شماره‌ی توپ انتخاب شده در انتخاب آخر قبل باشد.

حالت ① : ۱ ⟶ ۱ ، آزمایش در ۲ مرحله پایان می‌یابد

حالت ② : ۱ ⟶ ۲ ⟶ ۱ انتخاب اول و سوم یک می‌شود.

حالت ③ : ۱ ⟶ ۲ ⟶ ۲ انتخاب دوم و سوم ۲ می‌شود

حالت ④ : ۱ ⟶ ۲ ⟶ ۳ ⟶ ۱ یا ۲ یا ۳

حالت ⑤ : ۱ ⟶ ۳ ⟶ ۱ * احتمال هر انتخاب $\frac{1}{3}$ می‌باشد.

حالت ⑥ : ۱ ⟶ ۳ ⟶ ۳

حالت ⑦ : ۱ ⟶ ۳ ⟶ ۲ ⟶ ۱ یا ۲ یا ۳

$$E(x) = \sum x\,P(X=x) = 3\left[2\times\frac{1}{9} + 3\times\frac{1}{27} + 3\times\frac{1}{27} + 4\times\frac{1}{27} + 4\times\frac{1}{27} + 3\times\frac{1}{27} + 3\times\frac{1}{27}\right]$$

$$= 3\left[\frac{2}{9} + \frac{15}{27}\right] = 3\times\frac{26}{27} = \boxed{\frac{26}{9}}$$

گزینه ۲

(۴۲)

$$f_X(x) = Ae^{-x^2+4x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\,e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\hookrightarrow 2\sigma_x^2 = 1 \longrightarrow \sigma_x^2 = \frac{1}{2}$$

$$Var(Y) = Var(8X+1) = 64\,Var(X) = 196\sigma_x^2 = 196\times\frac{1}{2} = \boxed{98}$$

گزینه ۱

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

(۳۲)

x \ y	۰	۱	۲	$f_x(x)$
۰	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$
۱	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$
۲	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	۰	$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+۰=\frac{1}{4}$
$f_y(y)$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	

$$E(x)=\sum x f_x(x)=0+\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}=1$$

$$E(y)=\sum y f_y(y)=0+\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{16}=\frac{7}{8}$$

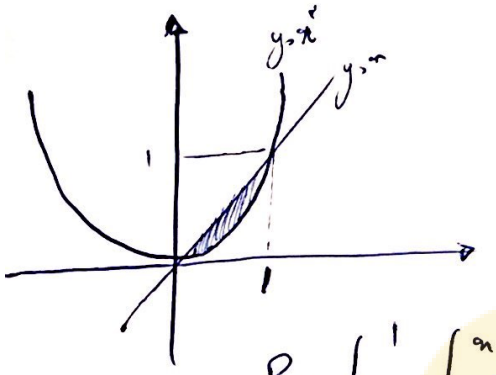
$$E(xy)=1\times1\times\frac{1}{4}+1\times2\times\frac{1}{8}+2\times1\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$$

$$Cov(x,y)=E(xy)-E(x)E(y)=\frac{3}{4}-\frac{7}{8}=-\frac{1}{8}$$

گزینه ۲

(۳۳)

$$f_{xy}(x,y)=\begin{cases}8xy & 0\le y\le x\le 1\\ 0 & \end{cases}$$



از روی شکل حدود بازه‌های انتگرال‌ها بدست می‌آید ← $x^2<y<x$ ، $0<x<1$

$$P=\int_0^1\int_{x^2}^{x}8xy\,dy\,dx=\int_0^1 4xy^2\Big|_{x^2}^{x}dx$$

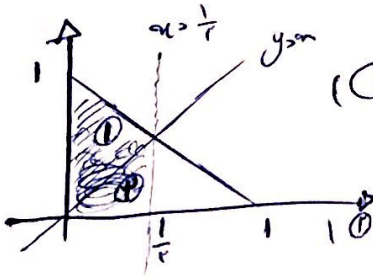
$$=\int_0^1 4x(x^2-x^4)\,dx=\int_0^1(4x^3-4x^5)\,dx=x^4-\frac{2}{3}x^6\Big|_0^1$$

$$=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\simeq0.33$$

گزینه ۱

(۳۴)

$$P(Y>x\mid x<\tfrac{1}{2})=\frac{P(Y>x,\ x<\frac{1}{2})}{P(x<\frac{1}{2})}$$



صورت ناحیه ① (مثلث) $\rightarrow P(Y>x,\ x<\frac{1}{2})=\frac{1\times\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}$

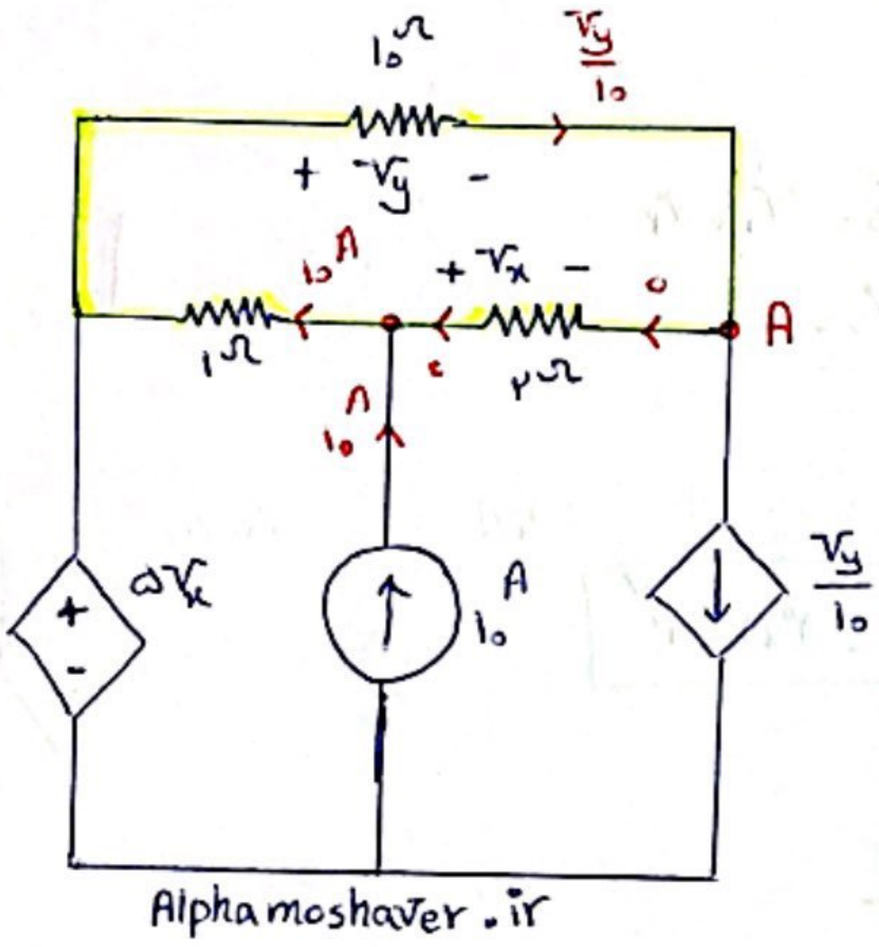
مخرج ناحیه ② (ساعت ذوزنقه) $\rightarrow P(x<\frac{1}{2})=\frac{(1+\frac{1}{2})\times\frac{1}{2}}{2}=\frac{3}{8}$

$$P(y>x\mid x<\tfrac{1}{2})=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}\simeq0.66$$

گزینه ۲

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

46



Alphamoshaver.ir

نتیجه می‌شود که جریان عبوری از مقاومت ۲Ω برابر صفر است ⇒ $v_x = ۰$

⇓

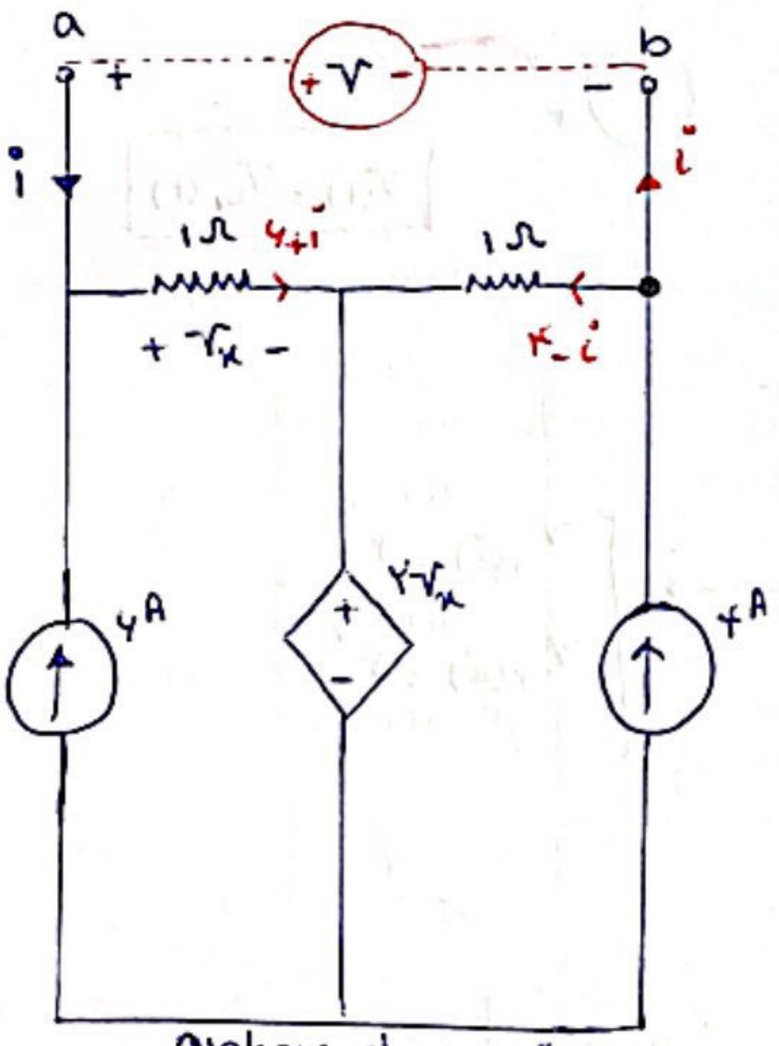
منبع وابسته $۵v_x = ۰$

KVL مش بالایی: $v_y - ۰ + ۱۵ = ۰ \longrightarrow \boxed{v_y = -۱۵}$

Alphamoshaver.ir

47

۲



Alphamoshaver.ir

KVL مش بالایی: $v = ۴ + i - ۴ + i$

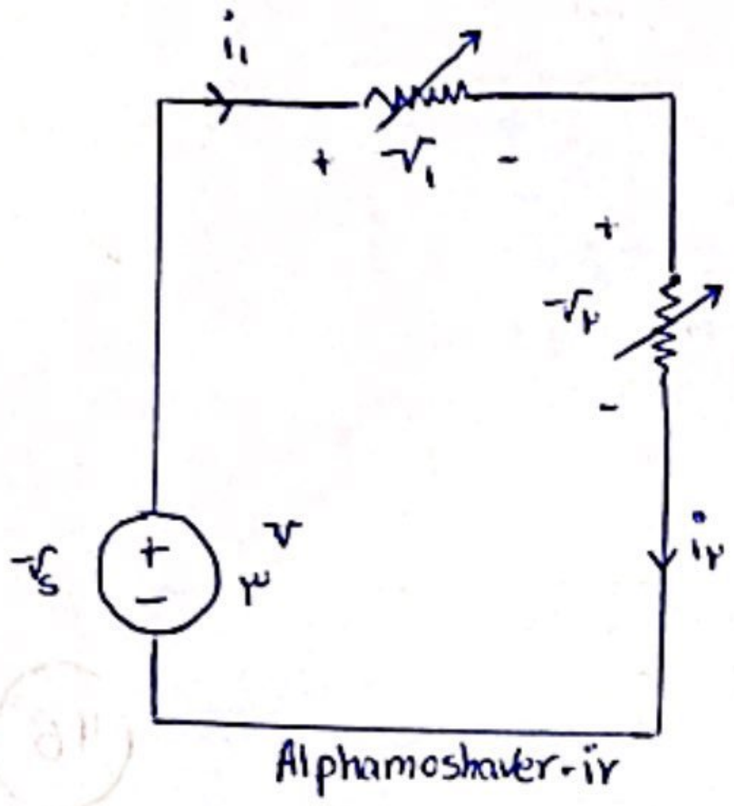
لازم به همان نقش ولتاژ و جریان تست $\longrightarrow v = (۲i) + (۲)$

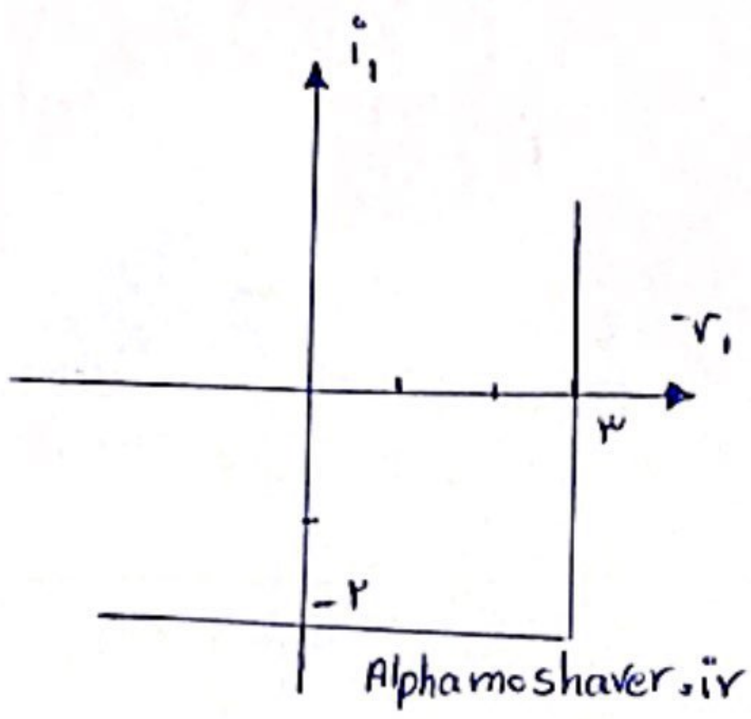
$۲i \rightarrow R_{th}$ ، $۲ \rightarrow v_{th}$

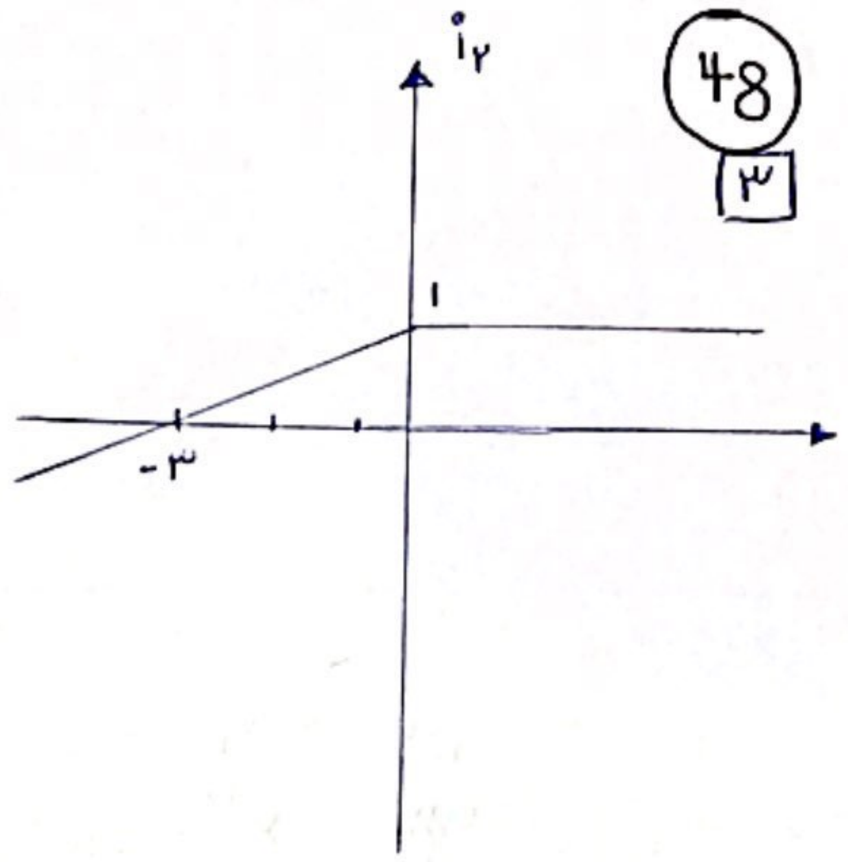
$\longrightarrow \begin{cases} \boxed{R_{th} = ۲} \\ \boxed{v_{th} = ۲} \end{cases}$

Alphamoshaver.ir

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir







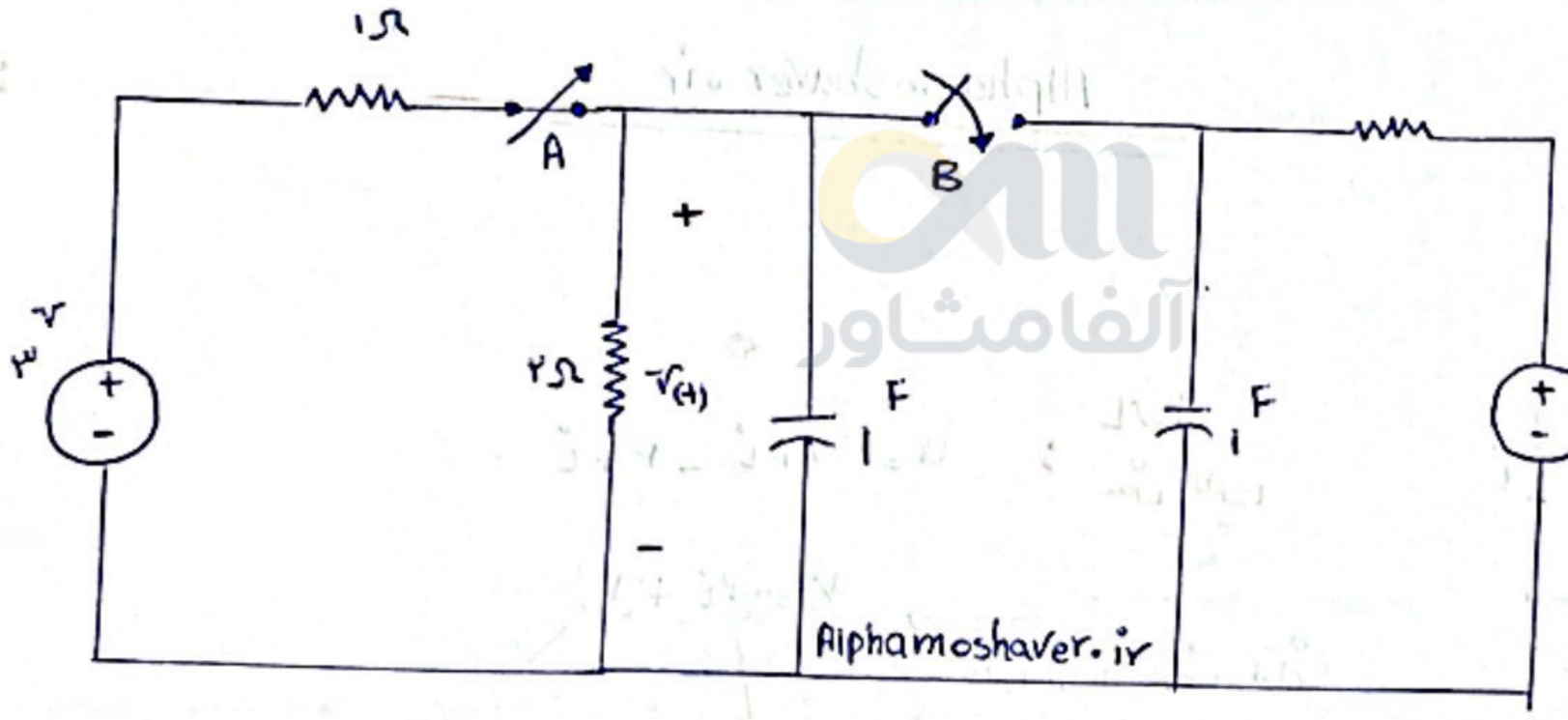
$v_1 + v_2 = ۳^{V}$ ← $v_s = v_1 + v_2$

$v_s = ۳^{V}$

جایی که نمودارها جمع دارند ③ می‌شود ← $i_1 = i_2 = ۱^{A}$ است.

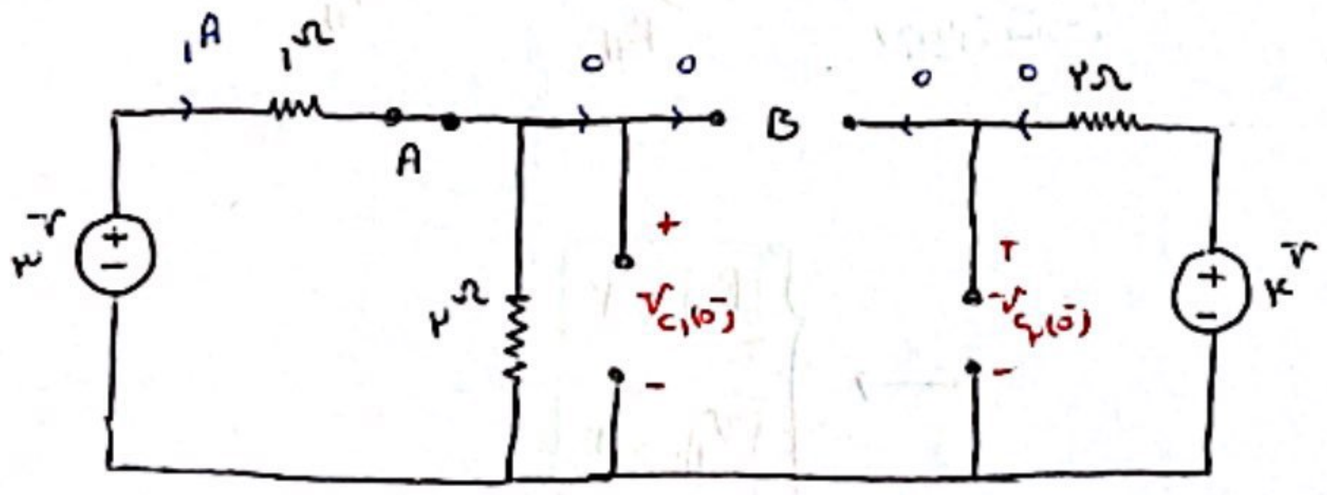
$$\begin{cases} \boxed{i_1 = ۱^{A}} \\ P_{\text{منبع}} = v_s i_1 \Rightarrow \boxed{P = ۳ \times ۱ = ۳^{W}} \end{cases}$$

Alphamoshaver.ir

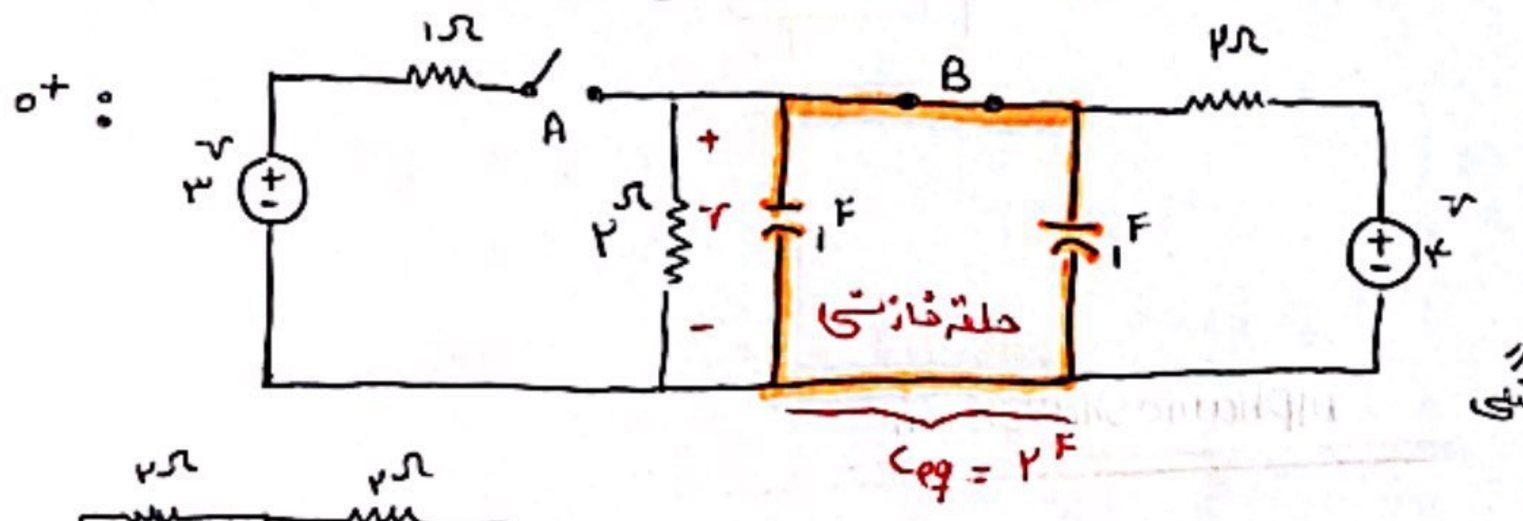


$-v_{(t)} = v_{c_1(t)}$

تحلیل ۰⁻ :



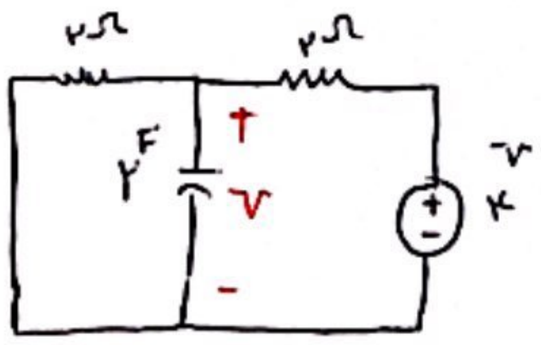
$$\begin{cases} v_{c_1(0^-)} = ۲^{V} \\ v_{c_2(0^-)} = ۴^{V} \end{cases}$$



۰⁺ :

حلقه خازنی ← بدون انرژی ← عامل ناپیوستگی

$$\begin{cases} v_{c_1(0^+)} = v_{c_2(0^+)} = \dfrac{v_{c_1}(0^-) C_1 + v_{c_2}(0^-) C_2}{C_1 + C_2} \\ v_{c(0^+)} = \dfrac{۲(۱) + ۴(۱)}{۱+۱} = ۳^{V} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \tau = R_{th} C = ۲ \times (۲ \| ۲) = ۲ \\ v_{(\infty)} = ۲^{V} \end{cases} \longrightarrow v_{(t)} = v_{c(t)} = \left(v_{c(0^+)} - v_{(\infty)}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + v_{(\infty)}$$

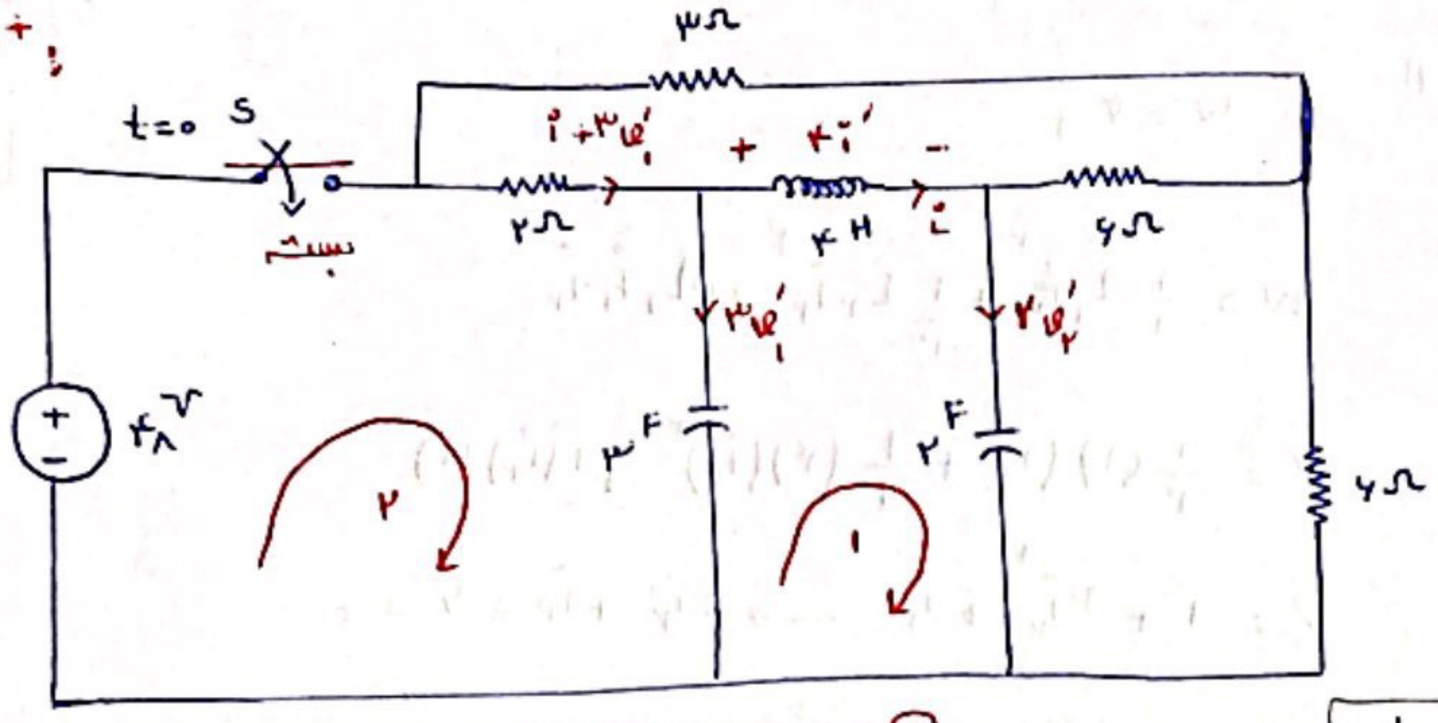
$$\boxed{v_{c(t)} = ۲ + e^{-\frac{t}{۲}}}$$

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

50

۵

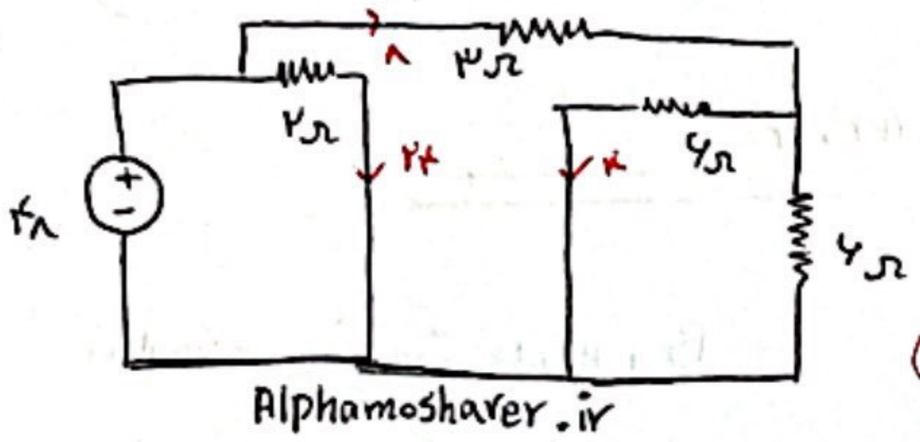
0^+ :



$$v_1(0^-) = v_2(0^-) = i_L(0^-) = 0$$

KVL ① : $۴i_1' + v_2 - v_1 = 0$ ① $\xrightarrow{v_1(0^-) = v_2(0^-) = 0}$ $i_1'(0) = 0$

KVL ② : $۴۸ = ۲i + ۶v_1' + v_1 \longrightarrow ۴۸ = ۶v_1' \longrightarrow v_1' = ۸$



$$i_{c_2}(0^+) = ۲ \longrightarrow v_2'(0^+) = \frac{i_{c_2}(0^+)}{۲} = ۱$$

مشتق از رابطه ① $\longrightarrow ۴i'' + v_2' - v_1' = 0$

$\longrightarrow ۴i'' + ۱ - ۸ = 0 \longrightarrow i''(0^+) = \frac{۷}{۴} = ۱.۷۵$

پاسخ نهایی

Alphamoshaver.ir

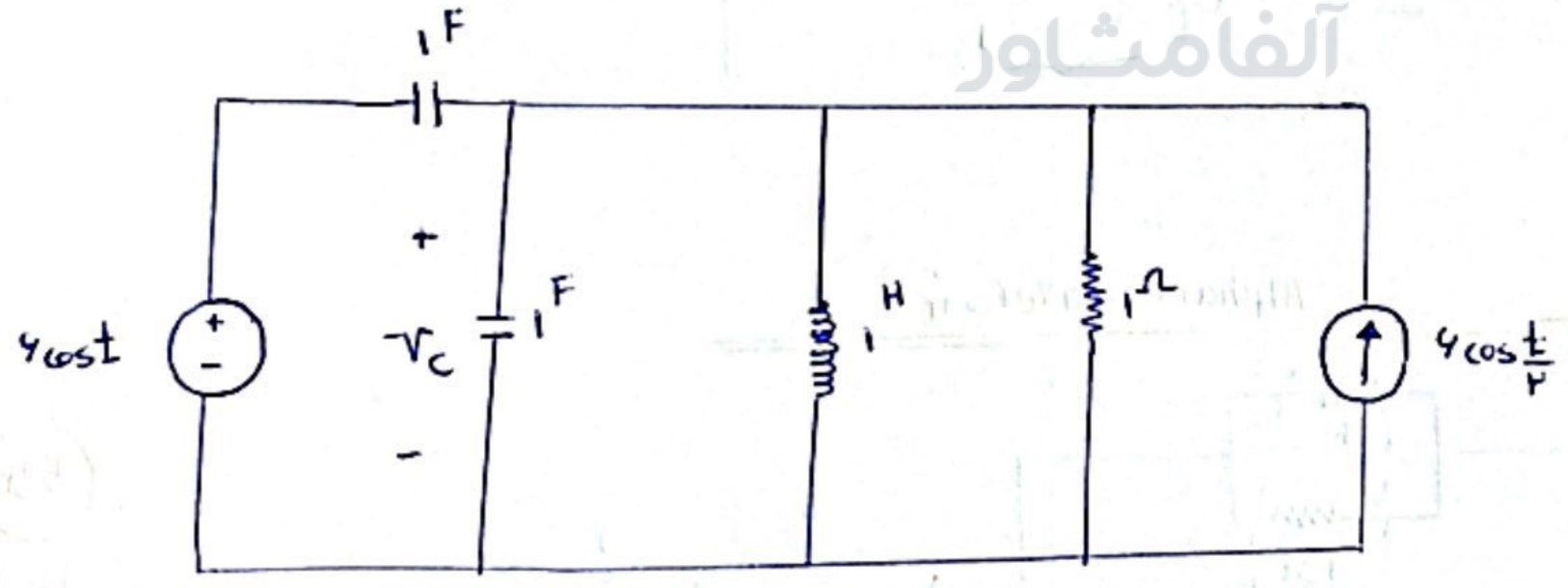
51

۶

مرتب‌سازی منابع متفاوت

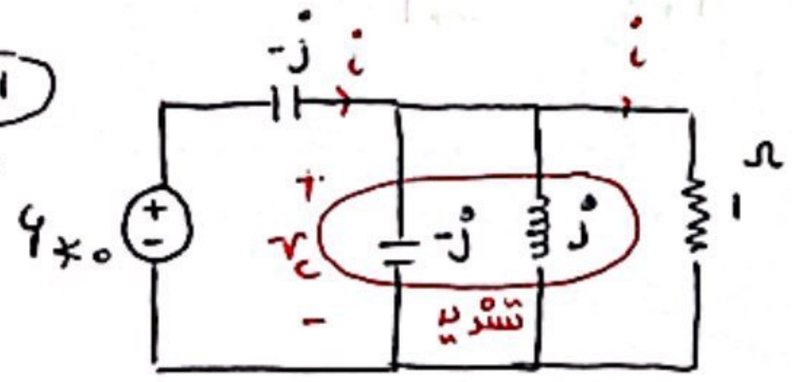
⇓

جمع به تفکیک



$\omega = ۱$

جمع cos



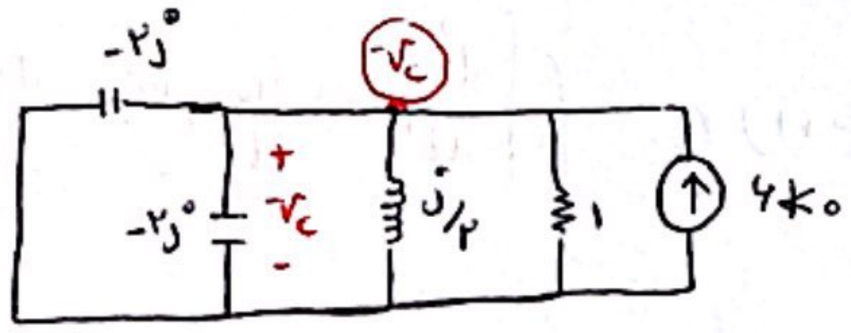
$$i = \frac{۶\angle ۰}{۱-j} = \frac{۶}{۱-j} \times \frac{۱+j}{۱+j} = \frac{۶(۱+j)}{۲} = ۳ + ۳j$$

$$v_c = i \times ۱ \longrightarrow v_c = i = ۳ + ۳j \longrightarrow v_c = ۳\sqrt{۲} \angle \frac{\pi}{۴}$$

$$\longrightarrow \boxed{v_c = ۳\sqrt{۲}\cos(t + ۴۵^\circ)} \quad \omega = ۱$$

$\omega = \frac{۱}{۲}$

جمع cos



$$\frac{v_c}{-۲j} + \frac{v_c}{-۲j} + \frac{۲v_c}{j} + v_c = ۶$$

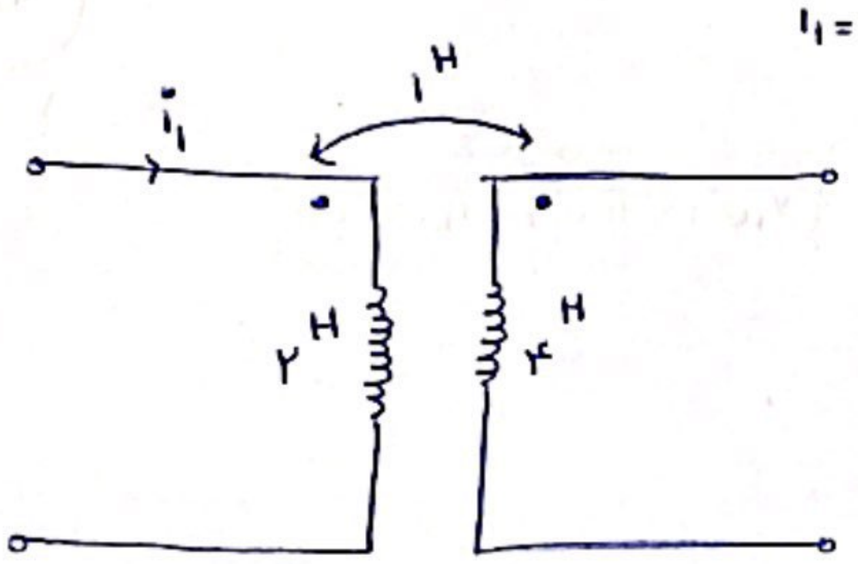
$$jv_c + jv_c - ۴jv_c + ۲v_c = ۱۲$$

$$v_c = \frac{۲ \times ۶}{۲(۱-j)} \times \frac{۱+j}{۱+j} = \frac{۶(۱+j)}{۲} = ۳ + ۳j$$

$$\longrightarrow \boxed{v_c = ۳\sqrt{۲}\cos(\frac{t}{۲} + ۴۵^\circ)} \quad \omega = ۲$$

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

52



$\dot{i}_1 = 1\ A$

$W = V\int J$

$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M\, i_1 i_2$

$V\int = \frac{1}{2}(2)(1)^2 + \frac{1}{2}(4)(i_2)^2 + 1(i_2)(1)$

$V = 1 + 2i_2^2 + i_2 \longrightarrow 2i_2^2 + i_2 - 6 = 0$

$\begin{cases} \Delta = 1 - (-48) = 49 \\ \sqrt{\Delta} = 7 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} i_2 = \frac{-1+7}{4} = 1.5 \\ i_2 = \frac{-1-7}{4} = -2 \end{cases}$

Alphamoshaver.ir

53

$b = 10$ شاخه

$n_t = 4$ تعداد گره

$\longrightarrow$ $n = 3$ = تعداد گره ثبت

$\longrightarrow$ $l = 7$ = تعداد لینک $\longrightarrow$ تعداد عناصر غیر صفر ماتریس B

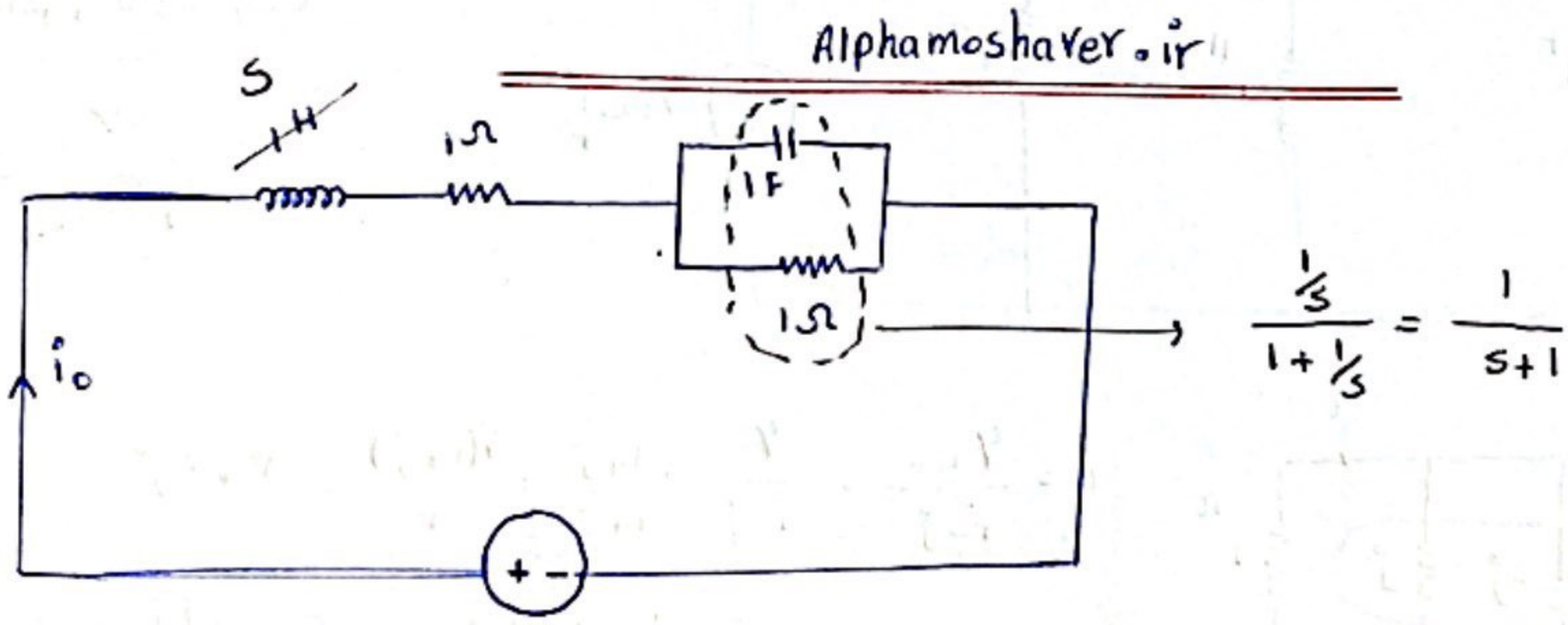
به تعداد 4 تا از عناصر غیر صفر Q بیشتر است.

$$Q = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & & & \\ & 1 & & E \\ & & 1 & \end{array}\right]$$

$$B = \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array}\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & -E^T \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array}\right]$$

Alphamoshaver.ir

54



$-V_s$

لاپلاس:

KVL: $Si_o + i_o + \frac{1}{s+1} i_o = V_s$

$\xrightarrow[\text{ضرب}]{\text{طرفین در } s+1}$ $\underbrace{(s(s+1) + s + 1 + 1)}_{s^2+2s+2} i_o = (s+1) V_s$

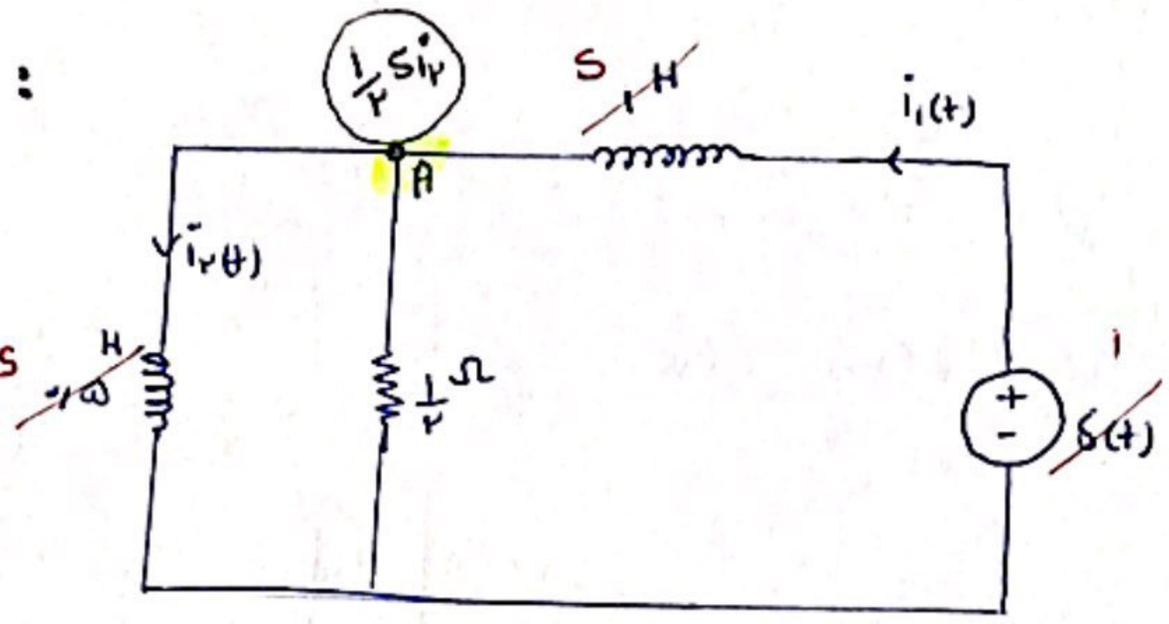
$$\boxed{\frac{d^2 i_o}{dt^2} + 2\frac{di_o}{dt} + 2i_o = \frac{dv_s}{dt} + V_s}$$

$s \longrightarrow \frac{d}{dt}$

$s^2 \longrightarrow \frac{d^2}{dt^2}$

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

لاپلاس :



KCL در A : $i_2 + \frac{1}{4}Si_2 + \frac{\frac{1}{2}Si_2 - 1}{S} = 0$

$\xrightarrow{\times 4S}$ $4Si_2 + S^2 i_2 + 2Si_2 - 4 = 0$

$i_2(S^2 + 6S) = 4 \longrightarrow i_2 = \frac{4}{S^2+6S}$

قضیه مقادیر نهایی $= \lim_{S\to 0} Si_2 = \lim_{S\to 0} \frac{4S}{S(S+6)} = \frac{2}{3}$ $\rightarrow i_2(+\infty) = \frac{2}{3}$

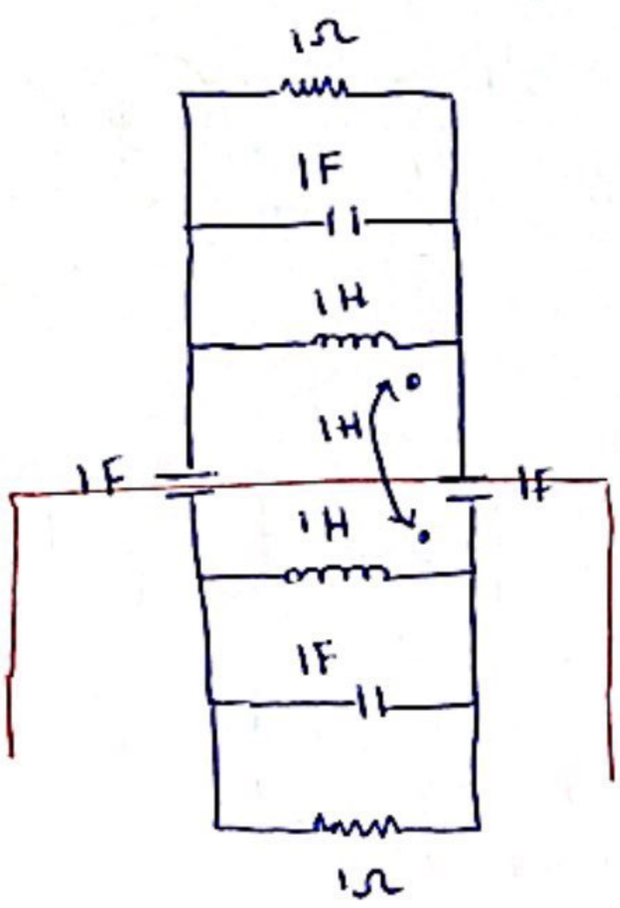
Alphamoshaver.ir

$$H(S) = \frac{\frac{1}{S} - \frac{1}{S+1} - \frac{1}{(S+1)^2}}{\frac{1}{S^2}} = \frac{\frac{S^2+2S+1-S^2-S-S}{S(S+1)^2}}{\frac{1}{S^2}}$$

$$H(S) = \frac{S}{(S+1)^2} \xrightarrow{w=1} H(j) = \frac{j}{-1+2j+1} = \frac{1}{2}\angle 0$$

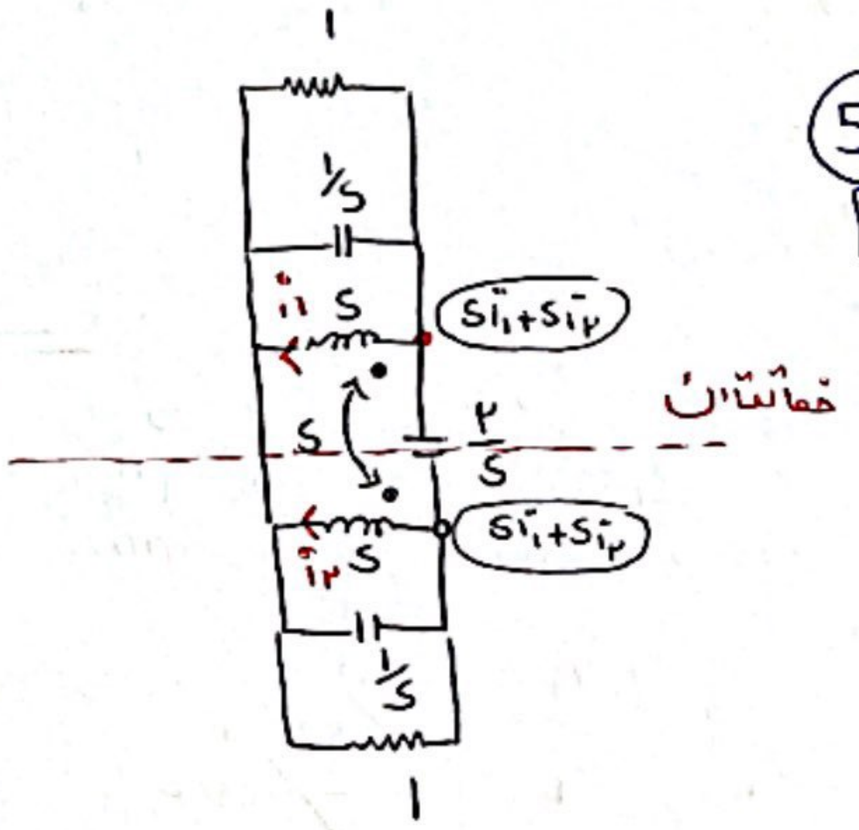
زاویه $2\angle -\frac{\pi}{4}$ خروجی $= 2\angle -\frac{\pi}{4} \times \frac{1}{2}\angle 0 = 1\angle -\frac{\pi}{4} = \sin(t - \frac{\pi}{4})$

الفامشاور
Alphamoshaver.ir



مدار مات ست فازی → مرتبش صفر

۳ اکسیتون / ۵۰٪ صفر دارای نشده



KCL بالای خط تقارن : $i_1(S+S^2+1) = -Si_2 - S^2 i_2$

KCL پایین خط تقارن : $i_2(S+S^2+1) = -Si_1 - S^2 i_1$

$\longrightarrow i_1\left(\frac{(S^2+S+1)^2 - (S^2+S)^2}{(S^2+S+1)^2}\right) = 0$

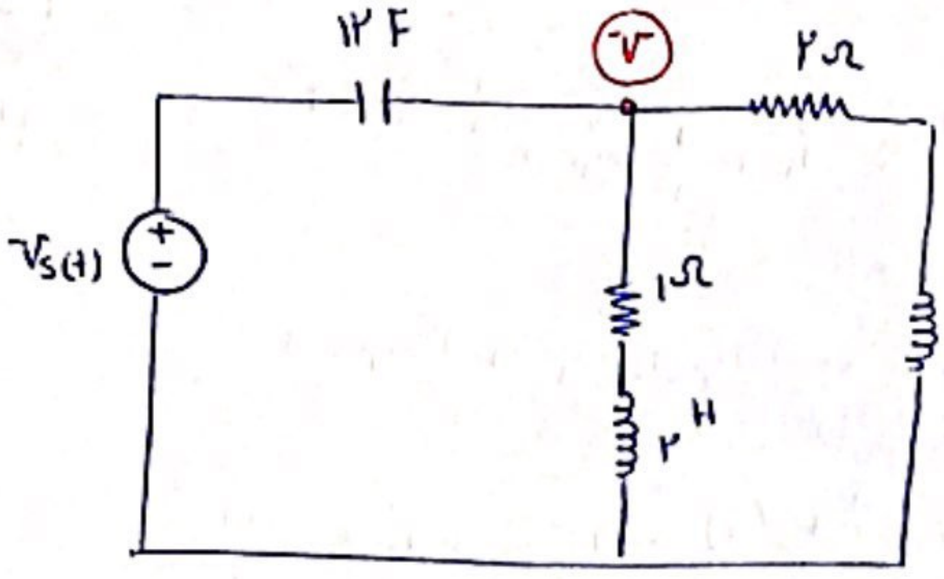
صورت کسر $= 0 \longrightarrow 2S^2+2S+1 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} S_1, S_2 = -\frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}$

فرکانس‌های مدار (مقادیر ویژه) $\left\{ -\frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2} \text{ و } 0 \right\}$

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

58
۱۳

روش ولتاژ گره : لاپلاس

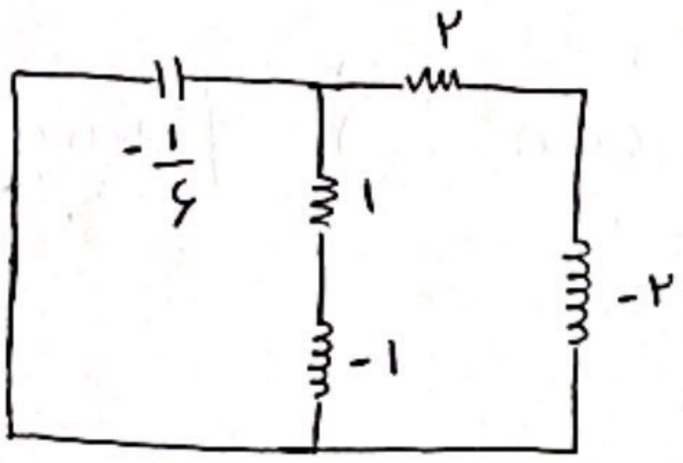


KCL $\frac{V}{\frac{1}{12S}} + \frac{V}{1+2S} + \frac{V}{1+4S} = 0$

$\frac{24SV + 48S^2V + 3V}{2+4S} = 0$

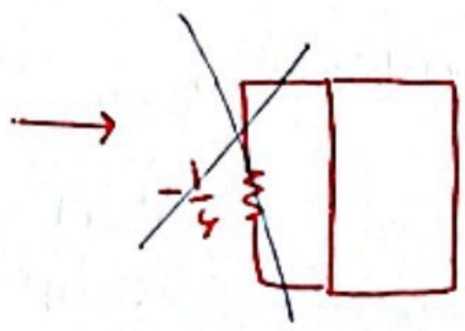
$\longrightarrow$ صورت $= 0$ $\longrightarrow$ $48S^2V + 8SV + 1 = 0$ $\begin{cases} S_1 = -\frac{1}{4} \\ S_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$

مخرج $\neq 0$



$\longrightarrow$ باتوجه به قرینه ها قرینش $-\frac{1}{2}$

راسنج می توان در مدار جایگزاری کرد :



$\longrightarrow$ $0 = 0$ قرینش طبیعی $S = -\frac{1}{2}$ مدار هست.

$\longrightarrow$ قرینش ها $\left\{-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right\}$

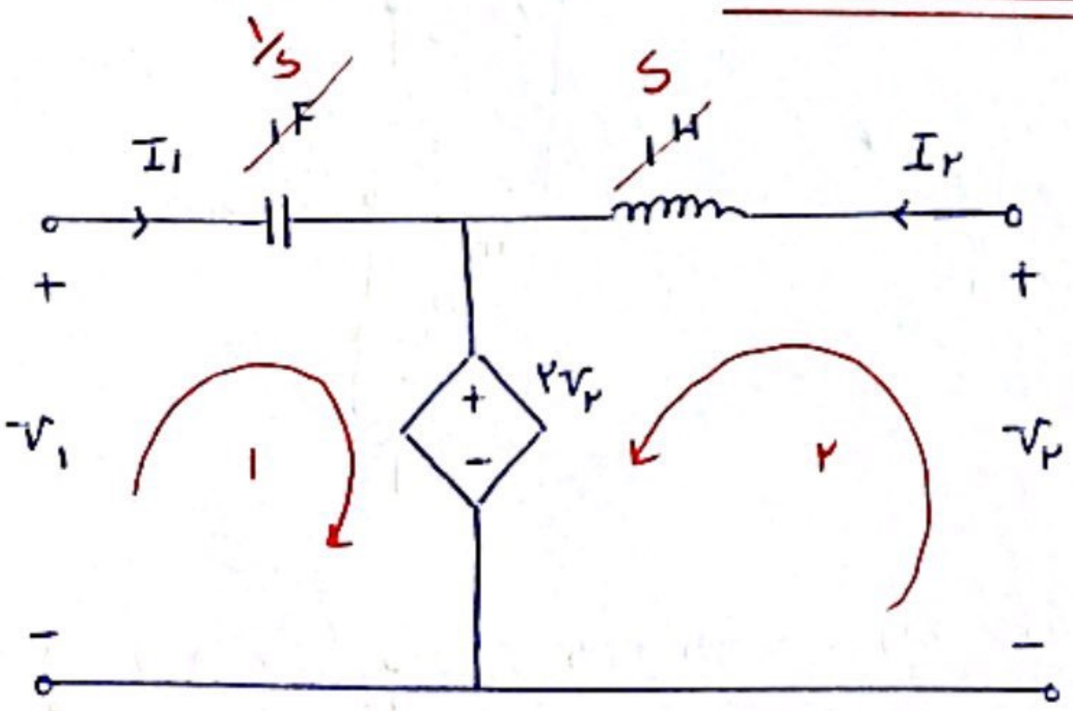
Alphamoshaver.ir

59
۱۴

گزاره نادرست درباره قرینه ها $\longleftarrow$ تابع شبکه $H_2(S) = \frac{I_{L(S)}}{V_{(S)}}$ حداکثر ۳ قطب دارد. ✗ غلط

Alphamoshaver.ir

60
۱۵



$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

① $V_1 = \frac{1}{S} I_1 + 2V_2$

② $V_2 = SI_2 + 2V_2 \longrightarrow V_2 = -SI_2$

سطر دوم $\begin{bmatrix} 0 & -S \end{bmatrix}$

جایگذاری رابطه ② در ① $\longrightarrow V_1 = \frac{1}{S} I_1 - 2SI_2$ $\longrightarrow$ سطر اول $\begin{bmatrix} \frac{1}{S} & -2S \end{bmatrix}$

$Z = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & -2S \\ 0 & -S \end{bmatrix}$

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

(۲۸)

$P_{Ag} = P_1 - P_2 = 1800 - 200 = 1600\ W$

$P_{Cu} = S P_{Ag} = 0.06 \times 1600 = 96$

$S = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{1000 - 1140}{1000} = 0.06$

$\longrightarrow P_{conv} = P_{Ag} - P_{Cu} = 1200 - 96 = 1104\ W$

← از قسمت مکانیکی جبران می‌شود است.

$P_{conv} = P_{ag} = R_{ex} \times I^2 \longrightarrow 1104 = 10 \times I^2 \longrightarrow I^2 = 110.4 \longrightarrow I = 10.5\ A$

گزینه ۴

(۲۷)

سرعت گشتاور پایین‌آوری: $N_s = \frac{120 f}{P} = \frac{120 \times 50}{4} = 1500\ rpm$

سرعت حدود: $N_m = 1400\ rpm$

$\longrightarrow S = \frac{N_s - N_m}{N_s} = \frac{1500 - 1400}{1500}$

$\longrightarrow S < 0$ ← پایین‌آوری بصورت ژنراتوری کار می‌کند.

← پایین D_C در حالت مولدی است. گزینه ۲

(۲۸) گزینه ۱ ← برای مشاهده‌ی باغ کامل بصورت فایل ویدیویی به کانال @arshadebagh مراجعه نمایید.

(۲۹)

$\eta = \frac{k S_n C_{\phi}}{k S_n C_{\phi} + k^2 P_{cu_n} + P_C} \longrightarrow \eta_1 = 0.95 = \frac{3000 \times 0.8}{3000 \times 0.8 + P_{cu_n} + P_C}$

$\longrightarrow \frac{240}{240 + P_{cu_n} + P_C} = 0.95 \longrightarrow 252 = 240 + P_{cu_n} + P_C \longrightarrow P_{cu_n} + P_C = 12 \quad (1)$

$\eta_2 = 0.96 = \frac{0.5 \times 3000 \times 0.8}{0.5 \times 3000 \times 0.8 + 0.25 P_{cu_n} + P_C} \longrightarrow 0.96 = \frac{150}{150 + 0.25 P_{cu_n} + P_C}$

$\longrightarrow 0.25 P_{cu_n} + P_C = 6 \quad (2)$

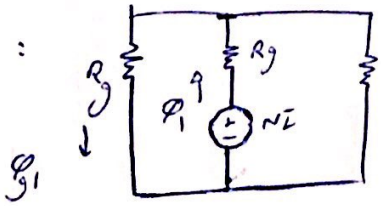
از رابطه (۱) و (۲) ← $P_{cu_n} = 8$، $P_C = 4$

گزینه ۱

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

۸۰

① حالت :



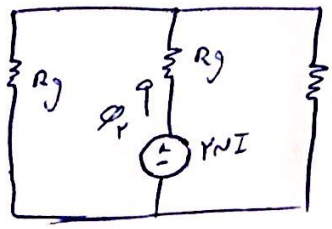
Φ_{g1}

$R_{eq} = (R_g \parallel R_g) + R_g = \frac{3R_g}{2}$

$\Phi_1 = \frac{NI}{R_{eq}} = \frac{NI}{\frac{3}{2}R_g} = \frac{2}{3}\frac{NI}{R_g}$

$\Phi_{g1} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\frac{NI}{R_g} = \frac{NI}{3R_g}$ ← تقسیم‌بار

② حالت :



Φ_{g1}

$R_{eq} = (R_g \parallel \frac{R_g}{2}) + R_g = \frac{4R_g}{3}$

$\Phi_2 = \frac{2NI}{\frac{4R_g}{3}} = \frac{3}{2}\frac{NI}{R_g}$

$\Phi'_{g1} = \frac{\frac{R_g}{2}}{\frac{R_g}{2}+R_g} \times \frac{3}{2}\frac{NI}{R_g}$ ← تقسیم‌بار

$\longrightarrow \Phi'_{g1} = \frac{1}{2}\frac{NI}{R_g}$

$B = \frac{\Phi}{A} \xrightarrow{A_1 = A_2} \frac{B_2}{B_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \longrightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{\frac{1}{2}\frac{NI}{R_g}}{\frac{1}{3} \times \frac{NI}{R_g}} = \frac{3}{2}$

گزینه ۲

۸۱ گزینه ۱

۸۲

$E = k\Phi\omega \xrightarrow[\Phi \sim I_a]{\text{جبران‌سازی DC}} E = kI_a\omega \longrightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{I_{a2}}{I_{a1}} \times \frac{\omega_2}{\omega_1}$

$\longrightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{I_{a2}}{I_{a1}} \times \frac{0.75\,\omega_1}{\omega_1} \longrightarrow E_2 = 0.75\frac{I_{a2}}{I_{a1}} \times E_1$ طبق ①

کوره/ثابت $\longrightarrow E_2 \propto I_{a2}, E_1 \propto I_{a1} \longrightarrow 0.75\frac{I_{a2}}{I_{a1}} \times I_{a2} \times \Phi_1 = E_1 \times I_{a1}$

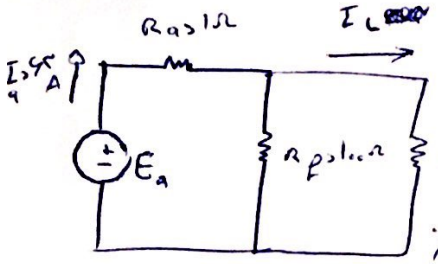
$\longrightarrow 0.75\,I_{a2}^2 = I_{a1}^2 \longrightarrow I_{a1} = 0.5\,I_{a2}$ طبق ②

از طبق ① $\longrightarrow \frac{E_2}{E_1} = 0.75 \times \frac{1}{0.5} = 1.5$ گزینه ۴

E_1 ← دور ثابت است = 1Pu

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

۸۳



تقسیم جریان: $I_L = \frac{R_{//}}{R_{//}+R_L} \times I_a = \frac{100}{100+5} \times 44 = \frac{100}{105} \times 44 = 40A$

$V_t = R_L \times I_L = 60 \times 5 = 300V$

$E_a = V_t + R_a I_a = 300 + 1 \times 44 = 344V$

توان تولیدی در ژنراتور DC شنت برابر: $P_{conv} = E_a I_a = 344 \times 64 \simeq 22kW$ گزینه ۱

۸۴ گزینه ۲ ← پاسخ کامل همراه با ویدیو در کانال @arshadebagh تهیه شده است.

۸۵

$f_r = S f_s \longrightarrow 3 = S \times 60 \longrightarrow S = 0.05$

$N_m = (1-S) N_s = 0.95 \times 1000 = 950 rpm \longrightarrow \omega_m = \frac{2\pi}{60} \times 950 = 32\pi$

$N_s = \frac{120 f}{P} = \frac{120 \times 50}{6} = 1000$

$P_{out} = T_{out} \times \omega_m = 120 \times 32\pi \overset{\pi \simeq 3.14}{=\!=} 12057.6 W$

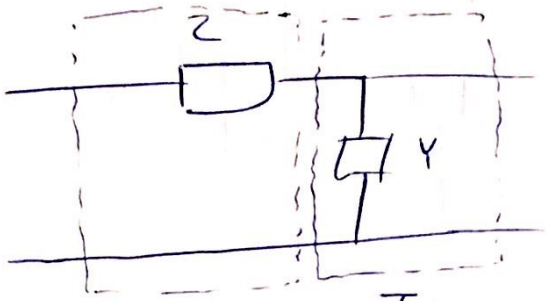
$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{loss}} = \frac{12057.6}{12057.6 + 3000 + 50} = 0.8018 \simeq 80\%$ گزینه ۱

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

بررسی ۱۴.۱

(۱۶) گزینه ۲

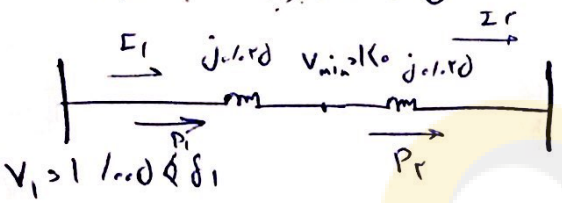
مدل L ⟵ (هر دو ۲ واحد طول)



$$T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

(۱۷)

اندازه ولتاژ دست رسته ژنراتور برابر است ⟵ کمترین ولتاژ در وسط خط انتقال در برابر است با: 1kPu



$|V_1| = |V_2|$ ،

$$P_1 = P_2 \longrightarrow \frac{V_1 V_{min}}{j0.025} \sin\delta_1 = \frac{V_{min} V_2}{j0.025} \sin(-\delta_2)$$

$$\longrightarrow \sin(\delta_1) = \sin(-\delta_2) \longrightarrow \boxed{\delta_1 = -\delta_2}$$

$$I_1 = I_2 \longrightarrow \frac{V_1 - V_{min}}{j0.025} = \frac{V_{min} - V_2}{j0.025} \longrightarrow 1.005\angle\delta_1 - 1 = 1 - 1.005\angle\delta_2$$

$\delta_2 = -\delta_1$ $\longrightarrow$ $1.005(\cos\delta_1 + j\sin\delta_1) - 1 = 1 - 1.005(\cos\delta_1 - j\sin\delta_1)$

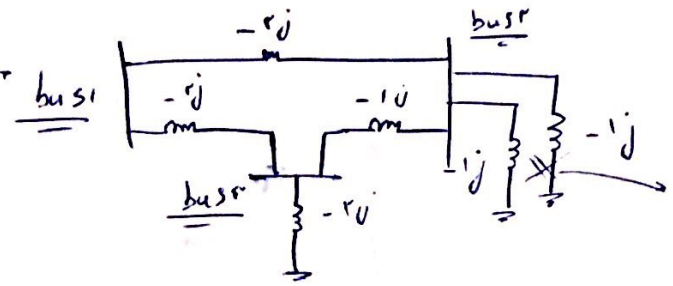
$$\longrightarrow 2.01\cos\delta_1 = 2 \longrightarrow \cos\delta_1 = \frac{2}{2.01} \simeq 1 \longrightarrow \delta_1 \simeq 0$$

$$|I_1| = |I_2| = \frac{1.005\angle 0 - 1}{0.025} = \frac{0.005}{0.025} = 0.2$$

پاسخ صحیح گزینه ۱ است ⟵ $Q_{loss} = XI^2 = 0.05 \times (0.2)^2 = 0.05 \times 0.04 = 0.002$

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

(۸۸)



از روی ماتریس Y_{bus} ←

تغلط رسم

که فقط روی درایه‌ی Y_{22} تأثیر می‌گذارد زیرشبکه به بین ۲ متصل است.

گزینه ۲

(۸۹)

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{GMD}{GMR_L} \longrightarrow \text{if } GMD \uparrow \longrightarrow L \uparrow$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{GMD}{GMR_C}} \longrightarrow \text{if } GMD \uparrow \longrightarrow C \downarrow$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} \longrightarrow \begin{matrix} L \uparrow \\ C \downarrow \end{matrix} \longrightarrow Z_C \uparrow$$

گزینه ۲

(۹۰)

عبارت ① $\longrightarrow P_{AB} + P_{BA} = P_{loss} \geq 0$ ← صحیح است

عبارت ② $P_{AB} \times P_{BA} \leq 0$ ← صحیح است ← در خلاف جهت هم هستند

عبارت ③ $\longrightarrow Q_{AB} \times Q_{BA} \leq 0$ ← به دلیل ثابت بودن اندازه ولتاژ در حالت خط بدون تلف ($r=0$) $Q_{AB} = Q_{BA} > 0$ خواهد بود

که نادرست است.

عبارت ④ $\longrightarrow$ از گزینه ۲ و ۳ می‌توان $P_{AB} \times Q_{AB} < 0$ نیز برقرار شود

که عبارت ④ غلط است. حالتی را که $P_{AB} < 0$ ، $Q_{BA} > 0$ است با امتزاج مخدود

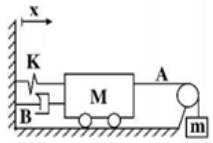
گزینه ۲

Scanned with CamScanner
www.alphamoshver.ir

۹۱- در سیستم زیر، اگر در لحظهٔ $t=0$، طناب از نقطهٔ A پاره شود. سرعت جسم در چه لحظه‌ای برای اولین‌بار $(t>0)$ صفر می‌شود؟

$t=?$

$M=2kg$
$m=4kg$
$K=20\frac{N}{m}$
$B=4\frac{Ns}{m}$
$g=10\frac{m}{s^2}$

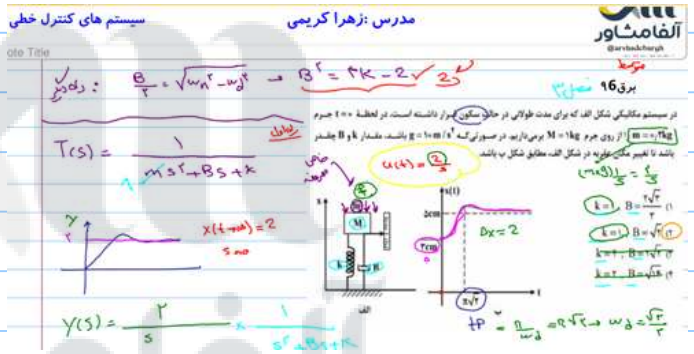


۱) $\frac{\pi}{3}$ ✓
۲) $\frac{3\pi}{2}$
۳) $\frac{\pi}{4}$
۴) $\frac{\pi}{2}$

مبحث: مدلسازی
ایده تست: تکراری
سطح تست: آسان

$X \rightarrow$ جابجایی جسم
$X' \rightarrow$ سرعت جسم
$F \rightarrow$ تنبرو ورودی سیستم

نکته سوال در "برق ۹۶" آمده بود که دانش‌آموز به آن پرداخته شده بود



حل تست: ← نوشتن تابع تبدیل سیستم [فرم معروف که توصیه کرده بودم حفظ شود]

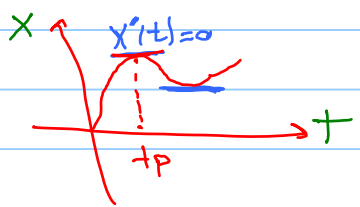
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2+bs+k} = \frac{1}{2s^2+4s+20}$$

$$X(s) = \underbrace{F(s)}_{\frac{10}{s}} \cdot \frac{1}{2s^2+4s+20} = \frac{10}{s(s^2+2s+10)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}(X) \rightarrow x(t) = 2 - 2e^{-t}\left[\cos(3t) + \frac{\sin(3t)}{3}\right] \rightarrow \underbrace{x'(t) = \frac{19}{3}\sin 3t = 0}_{\text{سرعت سیستم صفر شود}}$$

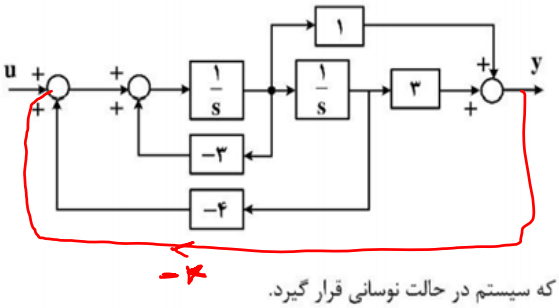
$\Rightarrow 3t = \pi \rightarrow t = \pi/3$

راه دوم و ساده‌تر



$x'(t_p) = 0$ حذف ناقص t_p $t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \pi/3$

۹۲- بلوک دیاگرام زیر را درنظر بگیرید. اگر $u = -ky$ در نظر گرفته شود، مقدار k برای نوسانی‌شدن سیستم کدام است؟

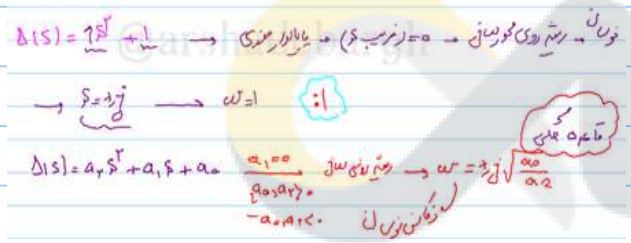


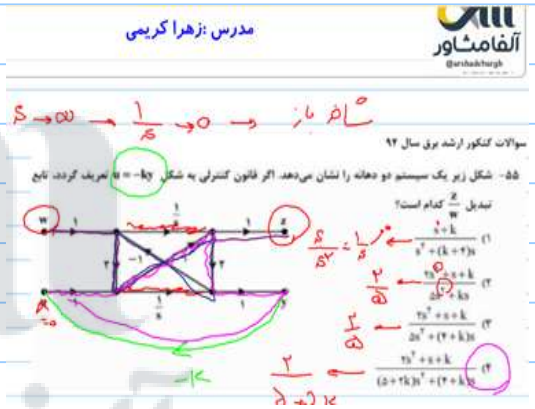
۱) $-\frac{۴}{۳}$
۲) ۳
۳) -۳
۴) نمی‌توان مقداری برای k تعیین کرد که سیستم در حالت نوسانی قرار گیرد.

معنی: مسیر و پایداری
ایده‌ست: تکراری
سطح‌است: تحلیلی

مشابه مسیر "برق ۹۴" تکرار شده بود

نکته رات در جزوه کلاس ↓:





حل‌ست:

$$\Delta(s) = ۱ + \frac{۳}{s} + \frac{۴/۲}{s^۲} + \frac{۳k}{s^۲} + \frac{k/۲}{s} = s^۲ + (۳+k)s + (۳k+۴)$$

شرط نوسان در مرتبه دوم $= ۰$

$k = -۳$

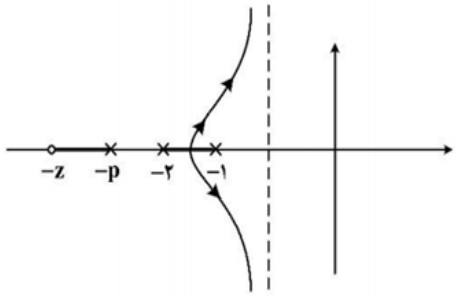
رشته در ستون صفر دارد.

$$= s^۲ + (۳k+۴)\Big|_{k=-۳} = s^۲ - ۵$$

تله‌ستی: عده‌ای از دانشجویان عزیز $k=-۳$ را انتخاب کرده و هم کلاسی شدن ضرایب را چک نکردند :)

۹۳- مکان هندسی ریشه‌های سیستمی به‌صورت زیر است. چه رابطه‌ای بین p و z باید باشد تا زمان نشست با معیار ۲ درصد برابر با ۲ ثانیه باشد؟

۱) $z-p=1$
۲) $p-z=2$
۳) $p-z=1$ ✓
۴) $z-p=2$



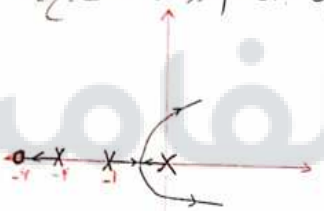
معنی: مکان ریشه‌ها یا صفر کذا
ایده‌ست: مشابه کوییز کلاسی
سطح: آسان

$t_s = \frac{۴}{\zeta\omega_n}$ ۲٪ $\rightarrow \frac{۴}{\zeta\omega_n} = ۲ \rightarrow \zeta\omega_n = ۲$ (قسمت Real)

$\frac{-۱-۲-p+z}{۲} = -۲ \rightarrow -۳+z-p=-۴ \rightarrow p-z=۱$

ایده‌ست در آزمون جامع تألیفی آورده شده بود [موسس طراح جان درصدساهت ۹۰٪ :)]

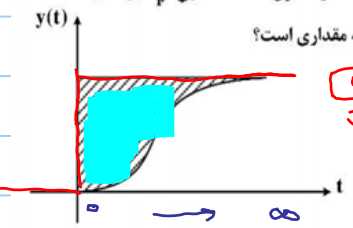
۷- مکان ریشه‌های سیستمی با معادله مشخصه زیر به شکل زیر است. مقدار کدام مقدار k برای نشست با این سیستم کمتر از ۲ ثانیه است؟



۱- $k=۲$
۲- $k=۵$
۳- $k=۱۰$
۴- این امکان وجود ندارد.

آزمون تألیفی کنترل آلفامشاور

۹۴- تابع تبدیل حلقه‌باز سیستمی به‌صورت $\frac{1}{\alpha s+1}$ است. با استفاده از کنترل‌کننده تناسبی $u=(r-y)k_p$ که r ورودی و y خروجی است پاسخ پله به‌صورت زیر می‌شود. F چه مقداری است؟



۱) $F=k_p$
۲) $F=\frac{\alpha k_p}{(k_p+1)^2}$
۳) $F=\alpha k_p$
۴) $F=\frac{(k_p+1)^2}{\alpha}$

معیب: خطا
ایده ست: جدید
سطح ست: به دلیل ظاهر جدید تعداد زیادی پاسخ نداشته ست

$\alpha=1$ سهولت

$F=\int_0^{+\infty} Y \, dt$

$Y=Y(\infty)-Y(t)$

$Y(s)=X(s)\cdot T(s)=\frac{1}{s}\times\frac{k_p}{1+k_p+s}$ $\xrightarrow{s\to\infty}$ $Y(\infty)=\frac{k_p}{1+k_p}$

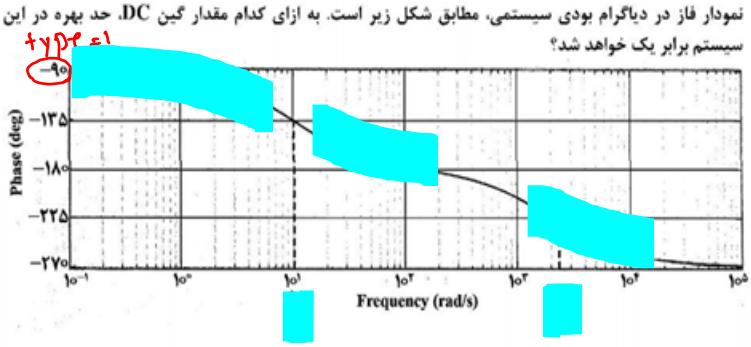
$\frac{1}{s}\times k_p\times\frac{1}{s+m}$

$Y=\frac{1}{s}\times k_p\times\frac{1}{s+m}\overset{L^{-1}}{=}\frac{k_p}{m}+\frac{k_p}{-m}\times e^{-mt}$

$=\frac{k_p}{m}\left[1-e^{-mt}\right]$

$\rightarrow F=\int_0^{\infty}\frac{k_p}{m}-\frac{k_p}{m}+\frac{k_p}{m}e^{-mt}=\frac{k_p}{m^2}=\frac{k_p}{(1+k_p)^2}$

۹۵- نمودار فاز در دیاگرام بودی سیستمی، مطابق شکل زیر است. به ازای کدام مقدار گین DC، حد بهره در این سیستم برابر یک خواهد شد؟



۱) $k=\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}$
۲) $k=\frac{2\tau_1\tau_2}{2\tau_1+\tau_2}$
۳) $k=\frac{2\tau_1+\tau_2}{2\tau_1\tau_2}$
۴) $k=\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_1\tau_2}$

مثبت: بود
ایده‌ست: تقریباً جدید
سطح‌است: متوسط

حد بهره یک ≡ پایدار مرزی

* اگر داشتن min فاز بود، اشاره می‌کرد بهتر بود اما از نمودار اندازه داده نشده که
ابتدا مزمن می‌کنیم min فاز است و سوال را حل می‌کنیم:

$$T=\frac{K}{s(s+\frac{1}{\tau_1})(s+\frac{1}{\tau_2})} \rightarrow \Delta(s)=s^3+(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2})s^2+\frac{1}{\tau_1\tau_2}s+K$$

پایدار مرزی

$$\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_1\tau_2}*\frac{1}{\tau_1\tau_2}=K \rightarrow K=\frac{(\tau_1+\tau_2)}{(\tau_1\tau_2)^2}$$

اما پاسخ در لزوماً جواب نیست ☹

اما

طراح در واقع تابع تبدیل را این‌طور در نظر گرفته:

$$T=\frac{K}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} \rightarrow \Delta(s)=(\tau_1\tau_2)s^3+(\tau_1+\tau_2)s^2+s+K$$

مرز پایدار

$$\tau_1+\tau_2=(\tau_1\tau_2)K \rightarrow K=\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_1\tau_2}$$ گزینه ۴

تست قابل اعتراض است اما احتمال داده پذیرفته نشود :)

۹۶- تابع تبدیل حلقه‌باز سیستم $G_p(s)=\frac{s^2+4}{s^2+1}$ با فیدبک واحد منفی را درنظر بگیرید. اگر برای این سیستم از کنترل‌کننده $G_c(s)=\frac{k(s+0/01)(s+b)}{s}$ $(b\gg 0/01)$ استفاده کنیم، تأثیر این کنترل‌کننده بر رفتار سیستم حلقه‌بسته چه خواهد بود؟

۱) وجود قطب در مبدأ باعث حذف خطای حالت دائم سیستم حلقه‌بسته به ورودی پله می‌شود و با انتخاب مقادیر مناسب برای b و k می‌توانیم قطب‌های مزدوج مختلط سیستم حلقه‌بسته را به سمت چپ محورموهومی حرکت بدهیم.

۲) مؤلفه PI در کنترل‌کننده PID باعث پایداری سیستم حلقه‌بسته می‌شود و با صفر در $-b$ سرعت پاسخ‌دهی سیستم تنظیم می‌شود.

۳) وجود صفر در $-0/01$ باعث می‌شود که در سیستم حلقه‌بسته یک قطب غالب نزدیک مبدأ ایجاد گردد و این مسئله باعث کندی سیستم حلقه‌بسته می‌شود. صفر دوم در $-b$ قطب‌های مزدوج مختلط را به سمت چپ کشیده و این مسئله را جبران می‌کند.

۴) هر سه مورد مذکور صحیح هستند.

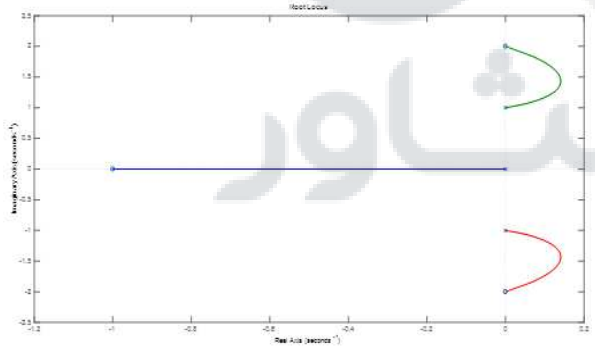
موت: کنترل
ایروست: طراحی
سطح است: متوسط

ناپایداری ← ناهش پایداری

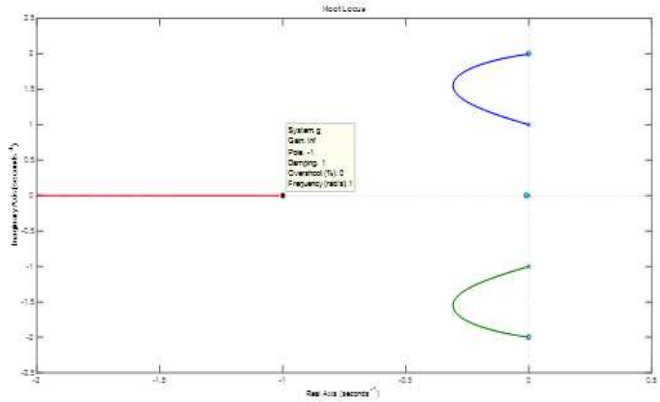
$G\times G_c=\frac{s^2+4}{s^2+1}\times\frac{k(s+0/01)\times(s+b)}{s}$

type سیستم > type ورودی ← $e_{ss}=0$

مثال:

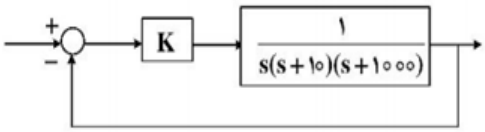


$b=0$



$b=1$

۹۷- سیستم کنترل زیر مفروض است. با توجه به مفهوم قطب (یا قطب‌های) مسلط، کدام‌یک از پاسخ‌های زیر درست است؟



۱) از قطب واقع در منهای ۱۰۰۰ نمی‌توان صرف‌نظر کرد.

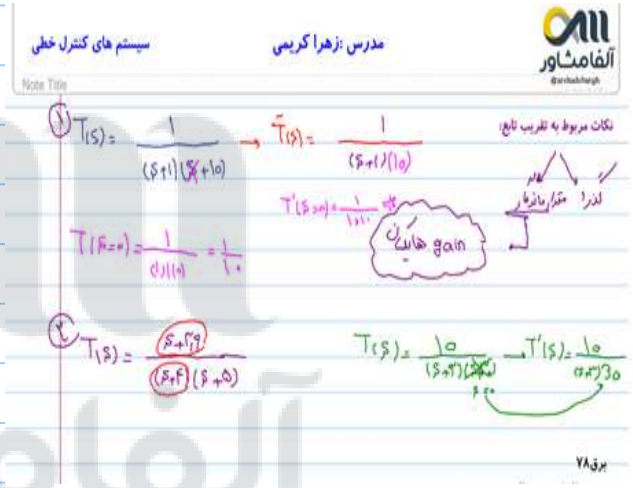
۲) به ازاء مقادیر بزرگ K می‌توان از قطب منهای ۱۰۰۰ صرف‌نظر کرد.

۳) از قطب واقع در منهای ۱۰۰۰ می‌توان صرف‌نظر کرد.

۴) به ازاء مقادیر کوچک K می‌توان از قطب منهای ۱۰۰۰ صرف‌نظر کرد.

مهم: پاسخ نزدیک
اندازه: تقریبی
سرعت: متوسط

نکته سوال در ۱۱ برق ۷۸ آمده بود



www.alphamoshver.ir

۹۸- کدام گزینه ریشه معادلهٔ $\Delta(s)=s^6+3s^5+2s^4+4s^2+12s+8=0$ است؟

۱) $-2+2j$

۲) $-1+2j$

۳) $+1+j$ ✓

۴) $-2+j$

صعب: یادداری
ایده‌ست: تکراری
سطح: آسان

s^6	۱	۲	۴
s^5	۳	۵	۱۲
s^4	۱	۵	۸
s^3	۰	۰	

۸ → (s^4+4)

$\Delta(s)=(s^4+4)(s^2+3s+2)$

$s^4+4=0 \Rightarrow s=+1+j$

داستان زات و معادله کمکی ۲ بار تکرار شده

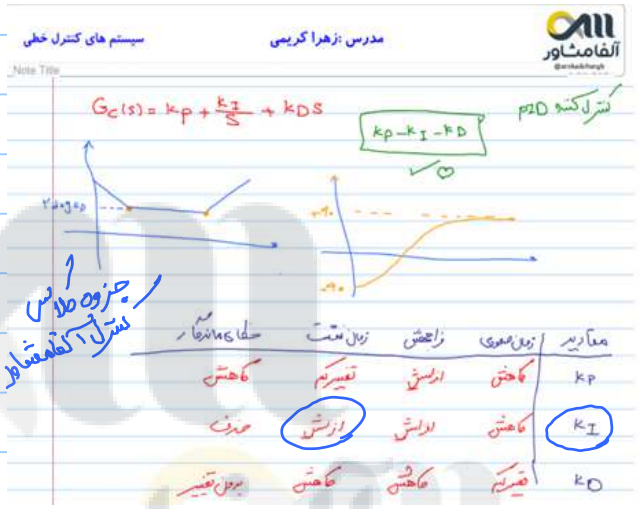
آلفامشاور

آلفامشاور
@arshadebargh

۹۹- سیستم $G(s)=\frac{۱}{(s+۲)(s+۳)}$ و کنترل‌کننده $k(s)=k_P+\frac{k_I}{s}+k_D s$ را که تحت فیدبک واحد قرار دارند درنظر بگیرید. مقادیر کنترل‌کننده به گونه‌ای درنظر گرفته شده که سیستم حلقه‌بسته دارای دو صفر در $z=-۳\pm j$ باشد. کدام عبارت درست است؟

۱) افزایش k_D فراجهش را افزایش می‌دهد.
۲) تغییرات k_D تأثیری در فراجهش ندارد.
۳) افزایش k_P فراجهش را کاهش می‌دهد.
۴) افزایش k_I فراجهش را افزایش می‌دهد.

سوال مطرح شده عین جزوه کلاسی :)



۱۰۰- یک سیستم کنترل با تابع تبدیل حلقه‌باز $G(s)=\frac{s+z}{(s-z)(s+p)}, k,z,p>0$ و فیدبک واحد منفی مفروض است. اگر در فرکانس $\sqrt{3}$، منحنی نایکوئیست محور حقیقی منفی را در نقطه $(-0/5)$ قطع کند، نسبت $\frac{z}{p}$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۳
۳) $\frac{1}{3}$
۴) ۲

allpass

صعب: ۱۱/۹
ایروست: تکراری
سطح: آسان

$$+g^{-1}\frac{w}{z}+g^{-1}\frac{w}{z}-g^{-1}\frac{w}{p}=-2 \rightarrow \frac{p-z}{pz+w^2}=-\frac{1}{z}$$

$w^2=3$

$$\left.\frac{1}{\sqrt{w^2+p^2}}\right|_{w=\sqrt{3}}=\frac{1}{2} \rightarrow p=1$$

$$\rightsquigarrow \frac{1-z}{z+3}=-\frac{1}{z} \rightarrow z-z^2=-z-3 \rightsquigarrow z^2-2z-3=0$$

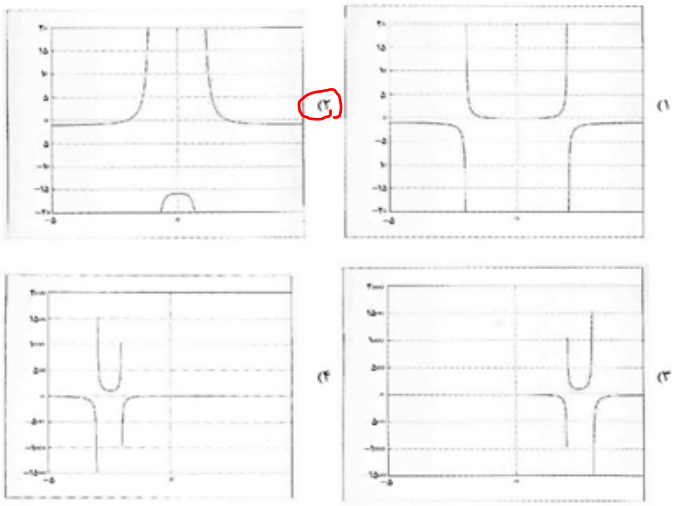
$$(z-3)(z+1)$$

$$z=3$$

$$\frac{z}{p}=3$$

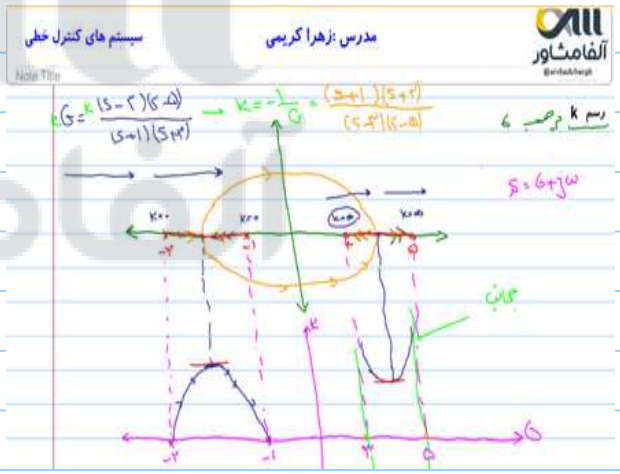
www.alphamoshver.ir

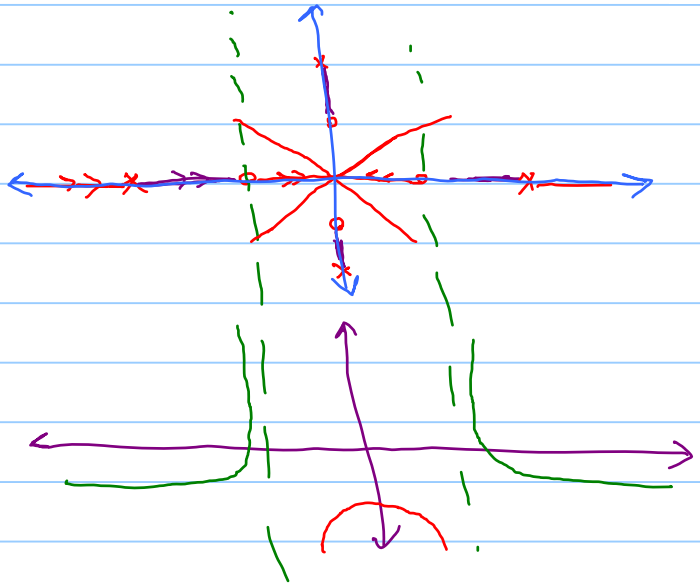
۱۰۱- یک سیستم فیدبک منفی واحد با تابع تبدیل حلقه $G(s)=k\frac{(s^2-1)(s^2+1)}{(s^2-4)(s^2+4)}$ را درنظر بگیرید. منحنی تغییرات بهره k برحسب σ (مقدار حقیقی s) کدام گزینه است؟



معمولا: معمولا ایده تست تکراری سطح تست: آسان

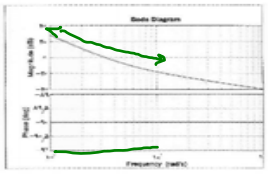
کلمه تست در برق ۹۳ و جزوه کلاسی بررسی شود

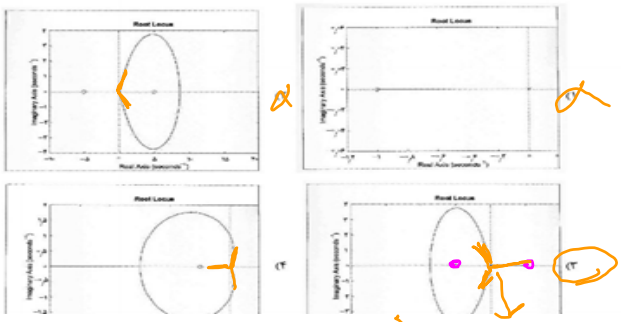




آلفامشاور
@arshadebargh

۱۰۳- دیاگرام بودی تابع تبدیل حلقه‌باز یک سیستم حلقه‌بسته با فیدبک منفی داده شده است. کدام گزینه منحنی مکان هندسی ریشه‌های سیستم حلقه‌بسته را نشان می‌دهد؟





مثبت: ترکیبی از بود و فاز
ادوه ست: نگاری
سطح ست: آسان

پول تأخیر فاز +۴۰dB شیب زیادی شود $s=\pm a$

$$T(s)=\frac{+1<(s^2-a^2)}{s^3}$$

۲ صفر داریم در راست و چپ

۳ ناحیه از مبدا خارج می‌شود

www.alphamoshver.ir